

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Специальная астрофизическая обсерватория Российской академии наук

## Методическая работа

по теме «Определение фундаментальных параметров магнитных химически  
пекулярных звезд»

Автор: Моисеева Анастасия В.

# Содержание

1	Глава I. Теоретическая часть	2
1.1	Спектральная классификация и спектры звезд . . . . .	2
1.2	Химически пекулярные звезды . . . . .	4
1.3	Магнитные химически пекулярные звезды . . . . .	5
1.3.1	Магнитное поле звезд . . . . .	5
1.4	Скорость вращения звезд . . . . .	7
1.5	Эффективная температура, ускорение силы тяжести, светимость, масса и радиус звезды . . . . .	8
2	Глава II. Практическая часть	10
2.1	Сбор литературных данных об объекте . . . . .	10
2.2	Измерение продольного магнитного поля $B_e$ . . . . .	12
2.3	Измерение скорости вращения $v_e \sin i$ звезды . . . . .	15
2.4	Измерение периода вращения звезды . . . . .	18
2.5	Определение эффективной температуры и ускорения силы тяжести . . . . .	21
	Список литературы	30

# 1 Глава I. Теоретическая часть

## 1.1 Спектральная классификация и спектры звезд

Звезды делятся на спектральные классы в зависимости от их вида спектра электромагнитного излучения. Спектр звезды - это распределение энергии звезды по длинам волн  $\lambda$ . Вид спектра зависит, в первую очередь, от температуры звезды. Из него можно получить такую важную информацию о космическом теле как температура и давление верхних слоев, химический состав, скорость вращения и прочие физические характеристики.

В простом случае спектр можно получить следующим образом: свет, излучаемый объектом, пропускается через узкое отверстие, позади которого располагается призма. Последняя преломляет свет, который после направляется на экран или специальную фотопленку (рис.1).

Рис. 1: Примеры спектров различных звезд.

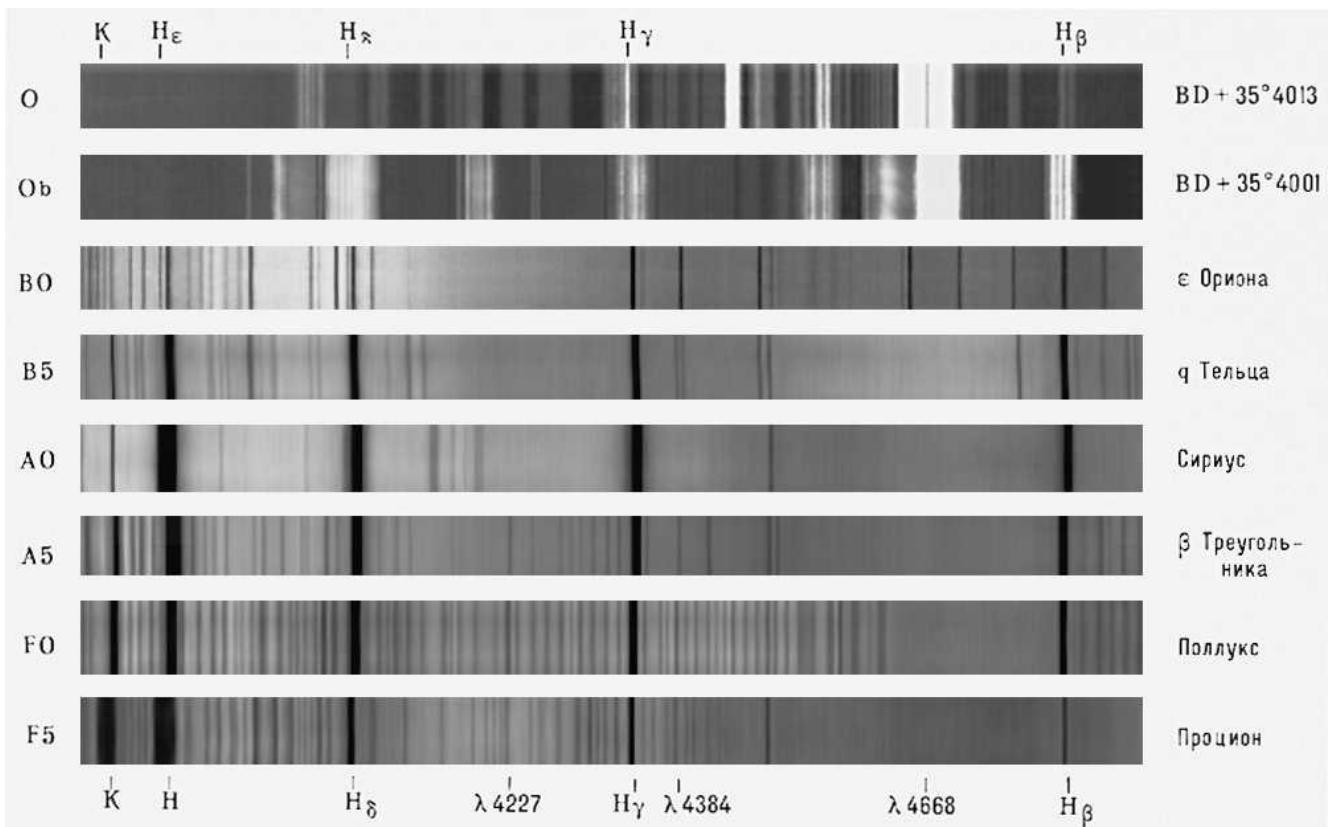
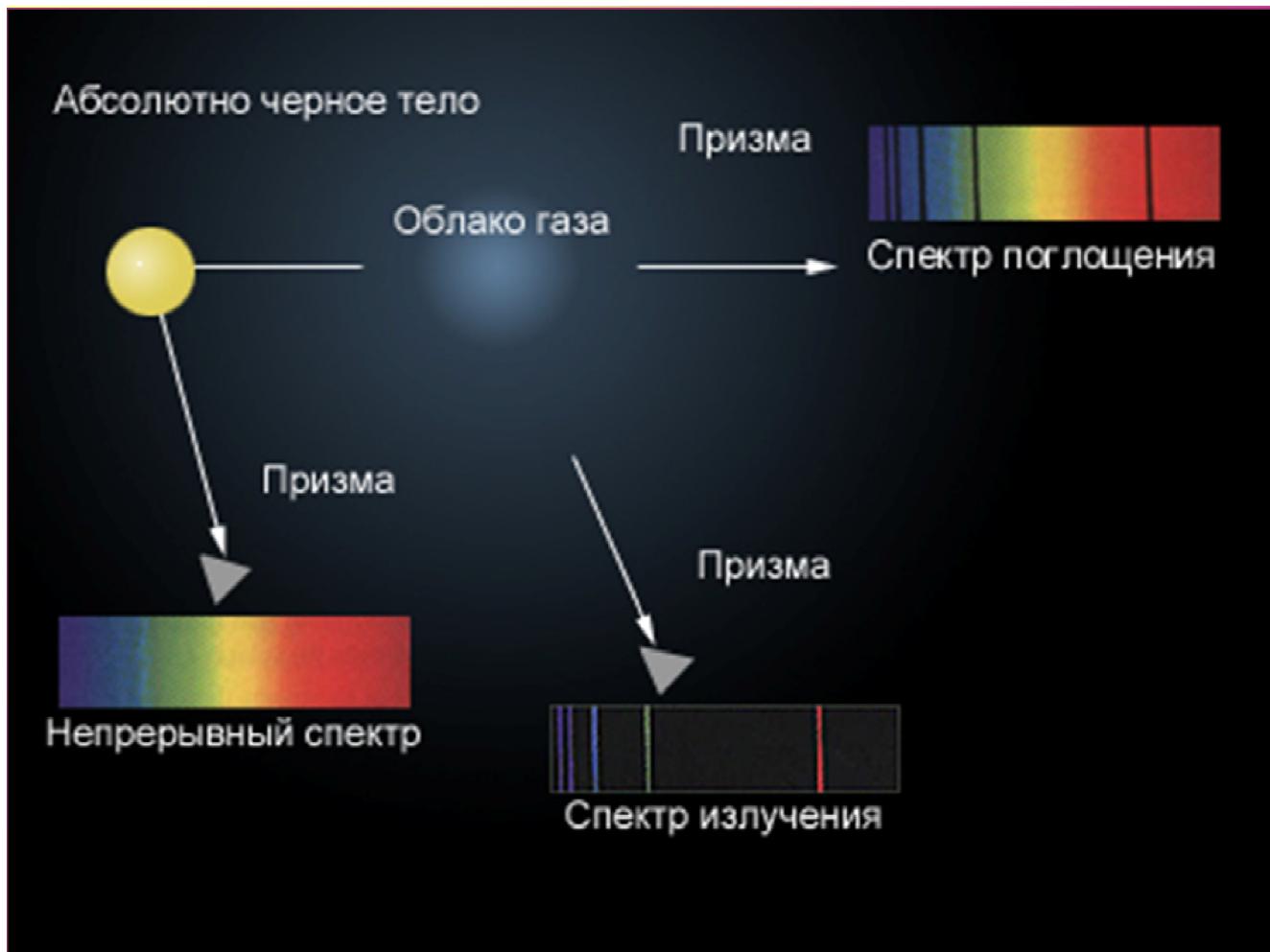


Рисунок 2 иллюстрирует формирование различных типов спектра. Например, если мы смотрим на абсолютно черное тело без внешней оболочки газа, то тип спектра будет непрерывным, то есть мы получим континуум. Далее, если мы посмотрим на спектр облака газа, то он будет спектром излучения без континуума, однако, если мы посмотрим через облако газа на абсолютно черное тело, то итоговый спектр становится суммарным, то есть мы наблюдаем континуум на фоне которого облако газа дает линии поглощения. Это и есть спектр звезды.

Спектральная классификация - это разделение звезд на определенные группы по спектру излучения и температуре фотосферы. Различия в спектрах звезд обусловливаются различием физических свойств их атмосфер, в основном, температуры и давления.

В 1860-1870 годах Анджело Секки создал первую классификацию звездных спектров. Он разбил наблюдаемые спектры звезд на три класса в порядке убывания эффективной температуры и соответствующего изменения цвета. Затем, в 1868 году он добавил четвертый класс - углеродные звезды - красные звезды с сильными полосами и линиями углерода и в

Рис. 2: Формирование спектров звезд.



1877 году добавил пятый класс - звезды с эмиссионными линиями. Такое деление спектров звезд было общепринятым до 1890-х годов.

Современная (гарвардская) спектральная классификация звезд была разработана в Гарвардской обсерватории в 1890-1924 годах. Спектры звезд в данной классификации имеют семь групп (рис.3). Для более легкого запоминания этой классификации, английские студенты придумали фразу: O Be A Fine girl – Kiss Me или русский аналог: Один Бритый Африканец Финники Жевал Как Морковь.

Дополнительным фактором, влияющим на вид спектра, является светимость звезды. Эта зависимость отражена в более новой йеркской классификации, разработанной в Йеркской обсерватории У. Морганом, Ф. Кинаном и Э. Келманом. В соответствии с этой классификацией звезде приписывают гарвардский спектральный класс и класс светимости:

- I - гипергиганты, сверхгиганты;
- II - яркие гиганты;
- III - гиганты;
- IV - субгиганты;
- V - карлики;
- VI - субкарлики;
- VII - белые карлики.

Рис. 3: Основная (гарвардская) классификация звезд

Класс	O	B	A	F	G	K	M
Температура (Кельвин)	60 000 – 30 000	30 000 – 10 000	10 000 – 7 500	7 500 – 6 500	6 000 – 5 000	5 000 – 3 500	3 500 – 2 000
Цвет	Голубой	Белый, голубой	Белый	Белый, желтый	Желтый	Желтый, оранжевый	Оранжевый, красный
Солнечных масс	60	18	3,1	1,7	1,1	0,8	0,3
Солнечных радиусов	15	7	2,1	1,3	1,1	0,9	0,4
Солнечных светимостей	1 400 000	20 000	80	6	1,2	0,4	0,04
Линии водорода	Слабые	Средние	Сильные	Средние	Слабые	Очень слабые	Очень слабые

В этой классификации наше Солнце имеет такой идентификатор: G2V, то есть спектральный класс G2 с эффективной температурой 5000-6000 К и класс светимости карлики.

Далее, по мере изучения спектров звезд, эта классификация усовершенствовалась: добавились новые спектральные классы, а также появились добавочные индексы, стоящие после обозначения спектра. Эти индексы отражали какие-либо особенности в спектрах изучаемых звезд.

## 1.2 Химически пекулярные звезды

Химически пекулярные звезды - это звезды, которые отличаются от обычных звезд того же спектрального класса некоторыми особенностями в спектрах. Причины отличия могут быть различными: аномалии химического состава, наличие магнитного поля и т.д. В спектральной классификации, чтобы выделить им, используют добавочный индекс -р.

Более 100 лет назад, при выполнении массовой спектральной классификации для каталога HD, Антония Маури обнаружила, что звезда спектрального класса A,  $\alpha^2$  Гончих Псов, имеет в спектре необычные, аномальные линии. Когда были обнаружены другие A-звезды с аномальными спектрами, их назвали просто Ar - пекулярные A-звезды. Дальнейшие наблюдения показали, что эти сильные и часто переменные аномальные линии принадлежат специфическим элементам, таким как хром, стронций, европий, гадолиний и др. Это было замечено в 1913 году астрономом Пулковской обсерватории А.А. Белопольским. Он заметил, что некоторые линии в спектре периодически меняют свою интенсивность и наибольшие изменения испытывают линии редкоземельного элемента европия. Позже оказалось, что аномалии распространяются не только на звезды класса A, но и на поздние подтипы класса B, поэтому эта группа носит обозначение Ar/Br звезды.

Химически пекулярные звезды (CP-звезды) - это объекты Главной последовательности. К ним относятся преимущественно горячие звезды спектральных классов F, A, и B. Спектры CP-звезд очень разнообразны: для каждой звезды характерны свои индивидуальные особенности. По современным представлениям химически пекулярные звезды поделены на две большие группы: магнитные (Ar/Br - пекулярные звезды спектрального класса A и B) и немагнитные (Am/Fm - металлические пекулярные звезды спектрального класса A и F, HgMn - ртутно-марганцевые звезды, He-weak - пекулярные звезды с слабыми линиями гелия, He-strong - пекулярные звезды с сильными линиями гелия,  $\lambda$ Boo - звезды спектрального класса A и B с низким уровнем металличности).

## 1.3 Магнитные химически пекулярные звезды

В данной работы мы будем рассматривать только магнитные химически пекулярные звезды - Ар/Вр.

Наиболее полный к настоящему времени «Общий каталог Ар/Вр и Am/Fm звезд», содержащий сведения о почти 8200 таких объектах, был составлен Ренсоном и Манфруа ([1]), а база данных для Ар/Вр звезд описана в работе Ренсона и др. ([2]). Каталог магнитных звезд, с измеренными магнитными полями, был создан И.И. Романюком и др. в 2000 г. Более новая версия опубликована в 2008 году ([3]). По мере изучения, этот каталог каждый год добавляется новыми магнитными звездами и на данный момент насчитывает 355 объектов.

### 1.3.1 Магнитное поле звезд

#### Магнитное поле звезд

Магнетизм - широко распространенное явление в нашей Галактике. Магнитные поля отвечают за генерацию различного рода вспышек, взрывов и других проявлений нестационарности космических объектов. Величины измеряемых полей охватывают широкий диапазон: микрогауссы - межзвездная среда, миллигауссы - протозвездные облака, единицы, десятки, сотни, тысячи гауссов - общее магнитное поле Солнца и других звезд, мегагауссы - магнитные белые карлики и нейтронные звезды. Исследование механизмов генерации и поддержания космических магнитных полей, а также их роли в эволюции звезд и галактик – одно из важнейших направлений исследований в современной астрофизике. Химически пекулярные звезды очень удобные объекты для исследований космического магнетизма: обладают глобальными общими полями большой интенсивности, достаточно яркие, что позволяет проводить очень детальные и высокоточные исследования их спектров на крупных телескопах. Это дает возможность выявлять различные закономерности в сложном процессе взаимодействия плазмы и магнитного поля. В то время как на Солнце магнитные поля являются причиной различных взрывов и вспышек, в случае СР-звезд они играют стабилизирующую роль: для объяснения химических пекулярностей требуется, чтобы в стабильной атмосфере работал механизм диффузии, который может создать за миллионы лет наблюдаемые пятна и другие аномалии химического состава.

#### Эффект Зеемана

Наиболее развитым способом изучения магнетизма звезд является анализ проявлений эффекта Зеемана в линиях методами спектрополяриметрии. Эффект Зеемана – это явление расщепления спектральных линий под действием магнитного поля. В зависимости от структуры спектральных термов, то есть уровней, и величины магнитного поля можно выделить четыре различных проявления единого эффекта Зеемана:

- нормальный эффект;
- аномальный эффект;
- эффект Пашена-Бака;
- квадратичный эффект.

Нормальный эффект реализуется только для синглетных линий. Синглетные уровни атома расщепляются в магнитном поле, вследствие линия расщепляется на три компонента:  $\pi$ -компоненту с той же длиной волны  $\lambda$  и две эллиптически поляризованных  $\sigma$ -компоненты с длиной волны. При наблюдениях вдоль силовых линий магнитного поля  $\pi$ -компоненты не видна, а две  $\sigma$ -компоненты одинаковой интенсивности поляризованы по кругу в противоположных направлениях (лево- и правоциркулярная поляризация).

Аномальный эффект Зеемана чаще всего реализуется в спектрах (80% линий). Суть аномального эффекта такая же, как и у нормального, разница лишь в том, что уровни у атома не синглетные и каждый подуровень расщепляется на три компоненты, таким образом мы имеем набор из  $\pi$ -компонент и  $\sigma$ -компонент. Основное свойство аномального эффекта Зеемана: зеемановская картина расщепления является симметричной относительно центра линии, то есть  $\pi$ -компоненты находятся на той же длине волны, что и не расщепленная линия без воздействия магнитного поля, а  $\sigma$ -компоненты равноудалены от  $\pi$ -компоненты. Именно это свойство позволяет нам измерять величину магнитного поля с достоверной точностью.

Эффект Пашена-Бака можно увидеть в очень сильных магнитных полях (более 10 кГс). При таком поле, магнитное расщепление становится больше мультиплетного и аномальный эффект переходит в нормальный. Для того, чтобы отличить нормальный эффект от эффекта Пашена-Бака есть свойства: в нормальном эффекте Зеемана  $\pi$ -компонента имеет ту же длину волны, что и не расщепленная линия, а при эффекте Пашена-Бака эти линии имеют сдвиг; линии не симметричны относительно их центров; отличается общая интенсивность линий.

Квадратичный эффект реализуется в сверхсильных полях ( $10^6$ - $10^8$  Гс) у белых карликов и нейтронных звезд. Основной способ измерить этот эффект – это оценить сдвиг линий в коротковолновую область спектра. Других проявлений этого эффекта не выявлено.

### Теория образования магнитного поля

Несмотря на долгое изучение подобного типа звезд, до сих пор не решена проблема происхождения крупномасштабных полей. Наиболее распространенными являются две теории: магнитное поле реликтовое, то есть оно образовалось вместе со звездой из межзвездной среды; в конвективном ядре СР-звезд работает механизм динамо, сгенерированное поле выносится на поверхность и становится доступным для наблюдений. Выяснение реальной картины образования магнитных полей СР-звезд и их дальнейшей эволюции может быть выполнено путем наблюдательной проверки следствий работы альтернативных механизмов. Для решения этой трудной задачи требуется провести наблюдения магнитных полей большого количества СР-звезд, имеющих разные массы, температуры, скорости вращения, возраст и пространственное распределение в Галактике.

### История обнаружения магнитного поля

История обнаружения магнитных полей звезд началась еще в 1915 году. Астрофизик Хэл рассмотрел возможность обнаружения магнитных полей звезд и начал разработку аппаратуры, пригодной для таких исследований. В 1937 году Миннаерт опубликовал работу «О возможности обнаружения общего магнитного поля звезд», где провел интересные рассуждения: если магнитное поле звезд такое же, как общее поле Солнца, то вызванный им сдвиг линий измерить невозможно, но если поля в 10-20 раз больше солнечных, то по спектрам с высоким разрешением надо искать дублеты с циркулярно поляризованными компонентами (лево- и правоциркулярно поляризованные спектры). Но, чтобы определить этот сдвиг, надо получить одновременно лево- и правоциркулярно поляризованные спектры, а сделать это в те времена Хэл не смог. Таким образом, магнитное поле у звезд было открыто в 1946 году Г. Бэббоком. Он разработал и изготовил дифференциальный анализатор круговой поляризации - прибор, который состоит из четвертьволновой пластинки и кристалла исландского шпата, служит для одновременной регистрации два противоположно циркулярно поляризованных спектра. Использование спектрографа высокого разрешения в комбинации с этим анализатором круговой поляризации позволяет получить очень хорошую точность. Измерения поля сводились к определению сдвигов между левыми и правыми  $\sigma$ -компонентами линий, видимыми отдельно в каждой поляризации. Он вывел формулу, по которой можно оценить продольную составляющую магнитного поля  $B_e$ :

$$\delta\lambda = 9.34 \cdot 10^{-13} \cdot \lambda^2 \cdot g \cdot B_e, \quad (1)$$

где  $\delta\lambda$  - это разница в длинах волн между лево- и правоополяризованными  $\sigma$ -компонентами линий,  $\lambda$  - это длина волны  $\pi$ -компоненты,  $g$  - это фактор Ланде соответствующего энергетического перехода, от которого зависит число компонент и и относительное расстояние между ними.

История показала, что Бэбок исключительно удобно подобрал объекты для поиска звездного магнетизма: только у Ar/Br звезд обнаружены регулярные, обладающие упорядоченной крупномасштабной структурой поля большой величины.

## 1.4 Скорость вращения звезд

Вращение звезды - это вращательное движение вещества звезды вокруг ее оси вращения. Звезды - это газовые шары, поэтому вращение у них не твердотельное. Из-за этого, звезды немного «сплюснуты», то есть имеют экваториальную выпуклость. Чем больше скорость вращения, тем больше «сплюснуты» звезды. Также газообразность звезд вызывает дифференциальное вращение, то есть центральные области вращаются с большей скоростью, чем области у полюсов звезды.

Влияние вращения звезды на линии в ее спектре следующие: пусть мы наблюдаем звезду под каким то углом наклона к оси ее вращения  $i$ , тогда некоторые участки поверхности приближаются к нам, а некоторые в то же время удаляются. Из эффекта Доплера, приближающиеся к нам участки диска звезды вызовут смещение линий в её спектре к фиолетовому концу, а удаляющиеся — к красному. Разумеется, линии одновременно смеются в противоположных направлениях не могут. В действительности часть линии смеется к одному концу спектра, часть к другому, в результате чего линия растягивается, расширяется. Именно по этому расширению и можно узнать, вращаются ли звёзды вокруг осей, причём с возрастанием скорости вращения увеличивается и ширина линий в спектре звезды. Таким образом мы можем оценить только проекцию скорости вращения на луч зрения  $v_e \sin i$ . Для того, чтобы найти чистую скорость вращения, экваториальную в данном случае, надо знать период вращения звезды, что известно далеко не для всех звезд. Таким образом, в литературе указывается именно проекция скорости на луч зрения и это надо обязательно учитывать.

Положение A- и B- звезд на диаграмме Герцшпрунда-Рассела указывает, что они должны вращаться очень быстро, их экваториальные скорости должны быть в пределах от 150-300  $\text{км с}^{-1}$ . Это предположение было доказано и наблюдательными данными. В частности, показано, что поздние B и ранние A звезды имеют бимодальное распределение вычисленных экваториальных скоростей с максимумами на величинах 200  $\text{км с}^{-1}$  и 50  $\text{км с}^{-1}$ . Величина 50  $\text{км с}^{-1}$  по видимому связана с потерей углового момента до прихода звезды на Главную последовательность. Более холодные звезды имеют скорости вращения от 0-70  $\text{км с}^{-1}$  без четких максимумов. Скорости вращения СР-звезд необычно малы по сравнению с нормальными звездами этого же спектрального класса. По оценкам выходит, что в среднем скорость вращения СР-звезд в три раза меньше, чем у нормальных. Таким образом, и по настоящее время не удалось обнаружить пекулярные звезды среди быстрых роторов и нормальные среди медленных, то есть все медленно вращающиеся звезды спектральных классов A и B являются пекулярными. Благодаря этому, наблюдается очень хорошее соответствие между скоростями вращения и их периодами вращения. Ведь периоды вращения у СР-звезд определить намного проще, чем у нормальных. Во-первых, у большинства СР-звезд есть химические аномалии и эти аномалии чаще всего проявляются в виде больших пятен на поверхностях звезд. Из-за того, что звезда вращается вместе с этими пятнами, то меняется ее блеск, то есть видимая звездная величина. Построив кривую зависимости звездной видимой величиной от времени, можно оценить период вращения такой звезды. А во-вторых, при наличии магнитного поля, в частности магнитных полюсов, магнитное поле по поверхности звезды распределено не равномерно, на полюсах поле всегда больше, таким образом, при вращении звезды поле меняется с тем же периодом, с которым звезда вращается. То есть, если мы построим зависимость величины магнитного поля от времени, то также сможем смело оценить пери-

од вращения звезды. Связь экваториальной скорости вращения звезды с периодом можно описать простой формулой:

$$v_e = 50.6 \cdot \frac{R}{P}, \quad (2)$$

где  $R$  - это радиус звезды, выраженный в радиусах Солнца, а  $P$  - период вращения звезды, выраженного в сутках.

Самый простой и легко реализуемый метод определения скорости вращения звезд - это определение по ширине линий. Как было сказано выше, ширина линий напрямую зависит от скорости вращения звезды благодаря эффекту Доплера. За ширину линии принято считать величину  $FWHM$  - полную ширину линии на половине ее максимума. Формула зависимости этих двух величин проста и справедлива для всех звезд, то есть как и для медленных, так и для быстрых ротаторов:

$$v_e \sin i = 43.47 \cdot FWHM - 11.04. \quad (3)$$

Обычно, такие определения скорости вращения производятся по многим линиям и результаты усредняются.

## 1.5 Эффективная температура, ускорение силы тяжести, светимость, масса и радиус звезды

Эффективная температура звезды – это температура абсолютно черного тела с размерами звезды и излучающего такое же количество энергии в единицу времени. Абсолютно черное тело – это физическая модель, которая никогда строго не реализуется на практике. Однако спектральный состав света звезд в видимой области спектра довольно близок к «чернотельному». Поэтому можно считать, что модель абсолютно чёрного тела, в целом, верно описывает излучение реальной звезды. Эффективная температура всегда соотносится к какой-либо оболочке звезды, в самом распространенном случае - к фотосфере. Поэтому, когда будет идти речь об эффективной температуре, мы будем иметь в виду, что это температура фотосферы звезды.

Теория утверждает, что полный световой поток (во всём диапазоне длин волн) с единицы поверхности абсолютно чёрного тела не зависит ни от его строения, ни от химического состава, а определяется только температурой. Согласно закону Стефана-Больцмана, светимость его пропорциональна четвёртой степени температуры:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{eff}^4, \quad (4)$$

где  $L$  - светимость звезды, то есть полная энергия, излучаемая звездой за единицу времени,  $R$  - радиус звезды,  $\sigma$  - постоянная Стефана-Больцмана. Эта формула показывает прямой метод оценки эффективной температуры, но он практически не реализуем на практике. Полный поток излучения звезды нельзя определить непосредственно из наблюдений, можно получить лишь полную освещенность поверхности звезды  $E$  на уровне Земли:

$$E = \frac{R}{d} \cdot L, \quad (5)$$

где  $R$  - радиус звезды,  $d$  - расстояние от Земли до звезды. Величины  $R$  и  $d$  определены с достаточной точностью для очень малого количества звезд. Если использовать такой метод оценки эффективной температуры, то мы получим значение с огромной ошибкой. Поэтому, на практике реализуются другие методы оценки этого параметра.

Ускорение силы тяжести  $g$  – это ускорение, придаваемое телу силой тяжести объекта, при исключении из рассмотрения других сил. То есть, ускорение силы тяжести отвечает за гравитацию звезды. Ускорение силы тяжести можно найти непосредственно из закона всемирного тяготения:

$$g = G \frac{M}{R^2}, \quad (6)$$

где  $G$  - гравитационная постоянная,  $M$  - масса звезды,  $R$  - радиус звезды. На практике используют не  $g$ , а  $\lg g$ . Эта формула описывает также прямой метод определения данной величины. Но он также редко используется на практике, по причине, что нужно очень точно и достоверно знать значения параметров массы и радиуса звезды, что в большинстве случаев невозможно.

Таким образом, на практике эти два фундаментальных параметра мы будем определять не прямыми методами. Чаще всего реализуется метод моделей атмосфер. При использовании моделей атмосфер параметры  $T_{eff}$  и  $\lg g$  ищутся совместно. Суть метода заключается в том, что мы получаем синтетический спектр, то есть спектр искусственной звезды с определенным набором параметров, и сравниваем его с наблюдаемым. Цель этого метода - добиться полного соответствия наблюдаемого спектра с синтетическим. Тогда наблюдаемой звезде приписываются параметры искусственной звезды. На практике для определения этих параметров этим методом широко используются линии серии Бальмера ( $H_\alpha, H_\beta, H_\gamma, H_\delta$ ) потому, что они наблюдаются в широком диапазоне температур звезд, а также водород является самым распространенным элементом в атмосфере любой звезды. Таким образом, имея даже спектры низкого разрешения, мы все равно сможем достоверно определить параметры  $T_{eff}$  и  $\lg g$  звезды.

## Вопросы для самоконтроля

1. Спектр звезды: определение; какую информацию можно получить; как получается спектр; виды спектров и их формирование.
2. Спектральная классификация: определение; история создания; современная спектральная классификация.
3. Химически пекулярные звезды: определение; классификация.
4. Магнитные химически пекулярные звезды: определение; история; каталоги.
5. Магнитное поле звезд: определение; диапазон полей; причина выбора химически пекулярных звезд для изучения полей.
6. Магнитное поле звезд: теория образования; история образования.
7. Эффект Зеемана: нормальный; аномальный; эффект Пашена-Бака; квадратичный эффект.
8. Скорость вращения: определение; проявление в звездных спектрах; метод оценки этого параметра.
9. Эффективная температура: определение; методы определения.
10. Ускорение силы тяжести: определение; методы определения.

## 2 Глава II. Практическая часть

### 2.1 Сбор литературных данных об объекте

Перед тем, как анализировать и изучать звезду, нам необходимо собрать всю имеющуюся литературу по ней. Это работа кропотливая, требует особой внимательности и дотошности. Сделать это можно в астрономической базе данных SIMBAD - <http://simbad.u-strasbg.fr/simbad/> ([4]).

Заходим на сайт базы данных SIMBAD. Мы увидим три колонки Queries, Documentation, Information. В меню Queries выбираем by identifier (по идентификатору) - то есть это поиск звезды в базе по ее имени, если мы например не знаем имя звезды, но знаем ее координаты, то тогда следует выбрать пункт by coordinates (по координатам) и так далее. После выбора пункта, нам будет предложено поле, где нужно ввести имя звезды (Identifier). Вводим имя и жмем submit id или Enter. Для примера, мы выберем звезду  $\alpha^2\text{CVn}$ .

Карточка звезды  $\alpha^2\text{CVn}$

После того, как мы ввели имя звезды, база выдаст нам карточку этого объекта. Карточка состоит из семи отсеков информации.

Первый отсек. Основные данные

Здесь представлено имя звезды, ее тип, координаты, галактические координаты, лучевая скорость (не всегда), параллакс, спектральный класс и видимая звездная величина в разных фильтрах. Рядом с данными, синим цветом выделены ссылки на статьи, откуда эти данные были взяты. Этим данным не всегда стоит верить, так как они обновляются редко, и возможно уже вышли более новые статьи по данной звезде с обновленными данными, которые сюда не занесены (рис. 4).

Рис. 4: Карточка звезды  $\alpha^2\text{CVn}$  в базе данных SIMBAD. Первый отсек.

The screenshot shows the SIMBAD database interface. At the top, there is a navigation bar with links for Portal, Simbad, VizieR, Aladin, X-Match, Other, and Help. The main title is "alpha2 CVn". Below the title, there is a menu bar with tabs: other query modes, Identifier query, Coordinate query, Criteria query, Reference query, Basic query, Script submission, TAP, Output options, and Help. The "Identifier query" tab is selected. A search bar contains the query "alpha2 CVn" and a "submit id" button. To the right of the search bar, it says "C.D.S. - SIMBAD4 rel 1.5.12 - 2017.12.07 CET 12:55:47". Below the menu, there is a section titled "Available data" with links to Basic data, Identifiers, Plot & images, Bibliography, Measurements, External archives, Notes, and Annotations. The "Basic data" section is expanded, showing detailed information about the star. It includes fields for Other object types, ICRS coord., FK5 coord., FK4 coord., Gal coord., Proper motions mas/yr, Radial velocity / Redshift / cz, Parallaxes (mas), Spectral type, and Fluxes (8). On the right side of the page, there are two small windows: one for "SIMBAD query around" and another for "Interactive AladinLite view".

Второй отсек. Иерархия

Иерархия объекта - это указание, является ли данная звезда кратной системой. Например двойной, тройной и так далее. В данном примере видно, что звезда  $\alpha^2\text{CVn}$  - это визуально двойная система (рис. 5).

Третий отсек. Идентификаторы

В этом отсеке представлены все возможные имена звезды. Если в самом начале мы введем

Рис. 5: Карточка звезды  $\alpha^2$ CVn в базе данных SIMBAD. Второй отсек.



одно из этих имен в поле поиска звезды, то база выдаст нам именно эту же карточку объекта. Имена звезды зависят от каталогов. То есть, каждый каталог присваивает свое имя звезде, отсюда такое большое количество идентификаторов.

#### Четвертый отсек. Графики и изображения

В этом отсеке можно построить имеющиеся распределения информации в виде графиков и получить изображение самой звезды.

#### Пятый отсек. Список статей

Это один из самых важных отсеков. Здесь в полях можно ввести года: от какого и до какого года нам нужны статьи по данной звезде, затем жмем Display и база покажет нам все статьи, где упомянута исследуемая звезда в указанный период.

#### Шестой отсек. Измерения

Здесь показаны имеющиеся измерения параметров звезды. Выберем пункт display all measurements и база выведет имеющуюся информацию. Но это далеко не самый достоверный способ получения информации. Ниже мы обсудим вариант, где получение информации можно рассмотреть более детально.

#### Седьмой отсек. Внешние архивы

Это ссылки на другие базы данных, где есть упоминания об исследуемой звезде.

Далее, если мы посмотрим на самую верхнюю строку базы, то увидим, что сейчас мы находимся в базе SIMBAD. Давайте перейдем в следующую базу VIZIER - это база каталогов. После выбора этой базы, нам предложат два поля, с первом поле происходит поиск самих каталогов по его названию, во втором поле надо вводить имя звезды и тогда база выдаст все названия каталогов, где эта звезда упоминается Find catalogs, либо выдаст всю имеющуюся информацию по звезде из всех каталогов, в которых она упоминалась Go. Именно этот пункт нам и нужен. Таким образом, во второй поле мы вводим имя нашей звезды  $\alpha^2$ CVn и жмем Go. Ждем, пока база соберет и выведет всю имеющуюся информацию о звезде. Она выводится в виде таблиц, сверху таблиц написано имя каталога и дана ссылка на статью. Этот способ получения информации намного обширнее, чем тот, что был описан в Шестом отсеке, но требует особой внимательности и кропотливости в выборе. Давайте соберем всю необходимую нам информацию об исследуемом объекте  $\alpha^2$ CVn.

В первую очередь, нам понадобятся экваториальные и галактические координаты объекта. Их можно взять из карточки объекта, что выдает нам база SIMBAD. Далее, нам надо узнать параллакс звезды, ее спектральный класс, видимую звездную величину в фильтре V. Со значением параллакса надо быть осторожнее, лучше всего его взять из базы VIZIER.

Теперь переходим в базу VIZIER. Отсюда нам надо найти значение параллакса. Лучше всего использовать новые данные из каталога Gaia DR1 (Gaia Collaboration, 2016), но не для всех объектов они успели измерить этот параметр, если измерений нет, тогда берем значение параллакса, что был измерен спутником HIPPARCOUS - каталог The Hipparcos and Tycho Catalogues (ESA 1997). Далее нужно посмотреть оценку таких параметров как скорость вращения, период вращения, эффективная температура, светимость, ускорение силы тяжести, массу и радиус. Достоверно этим данным верить нельзя, вы сами можете в этом убедиться и увидеть, как меняются значения этих параметров от каталога к каталогу. Поэтому, таким

образом можно сделать лишь оценку этих параметров, чтобы нам потом было проще понять, правильно ли мы работаем, либо где то допускаем грубую ошибку. После выполнения всех этих пунктов, должна получится таблица с литературными данными. Пример такой таблицы 1 представлен для звезды  $\alpha^2$ CVn.

Таблица 1: Литературные данные по звезде  $\alpha^2$ CVn

Параметр	Значение	Ошибка	Название каталога
$\alpha, \delta$	$12^h 56^m 01^s.66,$ $+38^\circ 19' 06".15$	–	
$l, b$	$118.3050,$ $+78.7686$	–	–
Спектральный тип	A0Vp	–	ABT H.A. Visual multiples. VII. MK classifications
$m_V$	2.88	–	–
Параллакс	28.41	0.90	The Hipp. and Tycho Cat. (ESA 1997)
$T_{eff}$ , K	11191	–	Param. and IR excess. of Gaia DR1 (McDonald+, 2017)
Светимость $\frac{L}{L_0}$	106544	–	
Радиус $\frac{R}{R_0}$	2.750	–	
$\lg g$	3.978	–	
$\lg(T_{eff})$	4.061	0.019	Rot. prop. of mCP st. (Netopil, 2017)
Светимость $\lg(\frac{L}{L_0})$	2.03	0.09	
Масса $\frac{M}{M_0}$	3.02	0.12	
$v \sin i$ , км с $^{-1}$	17	1	Polar. and magn. fields in Ap st. (Silvester+, 2012)
Период, дни	5.46	–	Spat. distr. of mCP st. (Kudryavtsev+, 2003)

## 2.2 Измерение продольного магнитного поля $B_e$

Теперь мы переходим непосредственно к практической работе. Как уже говорилось ранее, для примера здесь будет исследоваться звезда  $\alpha^2$ CVn. В нашем распоряжении имеется пять спектров этой звезды, полученных на 6-ти метровом телескопе БТА спектрографе ОЗСП в 2010 году.

Гелиоцентрическая Юлианская дата НД

Прежде чем начинать измерения магнитного поля, нам необходимо определить гелиоцентрическую юлианскую дату НД для каждого спектра. Юлианская дата – это астрономический способ измерения времени, при котором считается число дней, прошедших начиная с полуночи понедельника 1 января 4713 до н.э., а гелиоцентрическая юлианская дата - это юлианская дата, в которой внесен учет различного положения Земли относительно Солнца, то есть мы привязываем событие к Солнцу, а не Земле. Это стандартная астрономическая процедура. Для этого нам понадобиться: дата наблюдений, время середины экспозиции и координаты звезды. Дату наблюдений и время середины экспозиции можно взять из журнала наблюдений (рис. 6), а координаты звезды мы уже взяли ранее.

Рис. 6: Журнал наблюдений звезды  $\alpha^2$ CVn для даты 05/06.01.2010. Для наглядности, другие спектры были удалены из журнала.

Наблюдения 05/06 января 2010 г

---

1. Геометрия магнитных полей СР-звезд (Canada, Wade)  
2. Новые магнитные звезды (САО, Кудрявцев).

Работал Д.О. Кудрявцев

ОЗСП , анализатор круговой поляризации со слайсером (7X)  
ПЗС 2000x2000 (Маркеловская)  
frame 0 0 2050 550  
С вечера перепад больше 11 град, с подкупольным больше 10 град. после  
открытия забрала днем.

Открываюсь в 20-30, перепад 10.5 с наружным.

JD=2455202                    UT+3h                    ночь 0105/

---

Т(нач)	Т(кон)	Объект	file	Comments
00001-010	- BIAS	oblast H-beta	fi=19.45 l4885	
04:54	04:57	HD 112413	00034	alfa^2 CVn otzhato S/N = 1870 [ 11 ] [-880+-50] - metals
04:54	04:57	HD 112413	00035	nazhato S/N = 1930 [ 12 ] [-680+-70] - H-beta
00048-057 - BIAS				

Суммарное время наблюдений составило 5 час 30 мин  
Получено 22 зеемановских спектра

Теперь, чтобы определить HJD переходим на сайт расчета Heliocentric Julian Day - <http://www.physics.sfasu.edu/astro/javascript/hjd.html> (рис. 7).

В графе UT Date (MM/DD/YYYY) надо ввести дату наблюдений. Сначала вводим число месяца, затем дату и только потом год. В графе UT Time пишем время средней экспозиции, то есть время начала получения второго спектра. Важно помнить, что время мы пишем Всемирное UT. Чтобы его найти используем формулу:

$$UT = T_n - n, \quad (7)$$

где  $T_n$  - это местное время,  $n$  - это часовой пояс. Затем, в поле Object RA пишем экваториальные координаты прямого восхождения  $\alpha$  и в поле DEC –  $\delta$ . Затем жмем Calculate. После этого в поле OUTPUTS появится информация расчета и последняя строчка будет содержать нужную нам информацию: Heliocentric Julian Date: 2455202.581. Округлять следует до третьего знака после запятой. И такую процедуру проводим для каждого имеющегося спектра. На выходе мы должны получить пять значений гелиоцентрических юлианских дат для пяти спектров соответственно.

Измерение магнитного поля

Рис. 7: Интерфейс сайта Heliocentric Julian Day.

The screenshot shows a web browser window with the URL [www.physics.sfasu.edu/astro/javascript/hjd.htm](http://www.physics.sfasu.edu/astro/javascript/hjd.htm). The page title is "Heliocentric Julian Day". A descriptive text explains that due to the finite speed of light, the Earth's orbit around the Sun creates a moving platform that can be several light minutes closer to or further away from stars, especially those near the ecliptic. To account for this variation, astronomers recalculate Julian Days as if we were observing the star from the center of the Sun, i.e., a Heliocentric Julian Day. This is usually calculated by computer.

**INPUTS**

UT Date (MM/DD/YYYY)  /  /       UT Time:  :  :   
Now

Object RA:  h  m  s      DEC:  °  '  "

**OUTPUTS**

A large empty rectangular box for displaying results.

---

For example, 10/09/1995 12:00 UT gives Julian Date 2450000.0.  
Use the "view source" option on your browser to view the script used to perform these calculations.  
See also [Heliocentric Julian Day Using Excel](#).

---

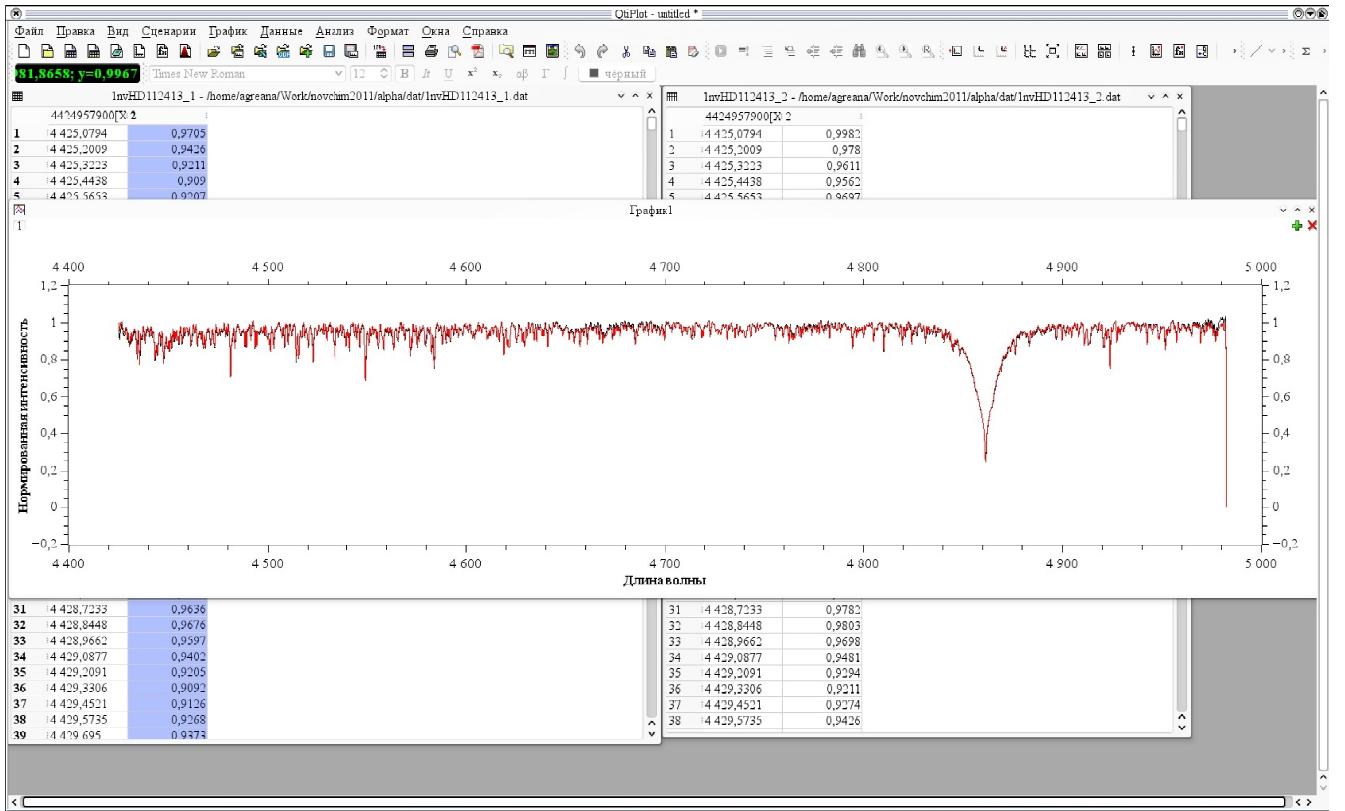
[Reference Books](#)

Теперь мы можем приступить непосредственно к измерению величины продольной составляющей магнитного поля  $B_e$ . Сделать это можно в любом редакторе, который позволяет строить графики. В данном курсе, если вы работаете в системе Windows, то советую использовать OriginLab 7.0. Если вы работаете в системе Linux, то следует использовать графический пакет QtiPlot, который является аналогом программы OriginLab. В данной работе будут описываться команды программы QtiPlot. Для примера, мы будем исследовать звезду  $\alpha^2\text{CVn}$ . У нас имеется в наличии 8 спектров данной звезды. Начнем исследование с первого спектра – `1nvHD112413_1.dat` и `1nvHD112413_2.dat`. Первые три спектра 2011 года, остальные пять спектров – 2010 года. Это нужно учитывать, при заполнении таблиц.

Прежде, чем приступить к измерению магнитного поля, нам необходимо построить спектры. Сделать это просто, открываем программу QtiPlot -> Файл -> Импортировать -> Импорт ASCII либо нажать Ctrl+K и выбираем первый спектр с `_1`, затем проделываем ту же процедуру, но выбираем спектр с `_2`. После этого появятся два окна, в которых данные представлены в двух столбиках. В первом столбце будет длина волны  $\lambda$ , а во втором нормированная интенсивность линии. Строим график зависимости интенсивности от длины волны

по данным из первого окна (\_1) и на этом же графике добавляем функцию из второго окна (\_2). Это и будет спектр звезды двух право- и левоциркулярных поляризаций. Тогда, чтобы найти магнитное поле, нам надо посчитать расстояние между линиями (формула 1) (рис. 8).

Рис. 8: Спектр звезды  $\alpha^2\text{CVn}$ . Черной линией показан правоциркулярный спектр (\_1), красной линией показан левоциркулярный спектр (\_2).



Для того, чтобы измерить магнитное поле, нам необходимо выбрать линии, которые наиболее к нему чувствительные, то есть фактор Ланде этих линий должен быть выше 1.500. Список таких линий представлен в Таблице 2.

Когда линии выбраны, мы берем спектр звезды, увеличиваем участок, где находится линия (Ctrl++) и определяем положение центра линии (Ctrl+D) сначала у левоциркулярного спектра, затем у правоциркулярного спектра. В итоге, у нас должна получится таблица 3.

Теперь, чтобы найти величину магнитного поля, надо из  $\lambda_1 - \lambda_2$  и подставить в формулу 1. Сделать это можно в Microsoft Excel или LibreOffice Calc (рис. 9).

В первом столбке  $\lambda_1$  (\_1), во втором  $\lambda_2$  (\_2), в третьем столбике  $\delta\lambda$ , в четвертом столбике длина волны  $\pi$ -компоненты:  $\lambda_0 = \lambda_1 - \delta\lambda$ , пятый столбик величина продольной компоненты магнитного поля  $B_e$ , внизу этого столбика среднее значение  $B_e$ , в шестом столбике производится расчет ошибки полученной величины, в частности рассчитывается среднеквадратичное отклонение от среднего значения и на его основе, внизу этого столбика, выводится ошибка среднего значения: Ошибка среднего =  $\frac{\sum\sigma}{\sqrt{N}}$ .

В итоге, для первого спектра с юлианской датой 2455699.374 значение магнитного поля  $B_e = -1144 \pm 220$  Гс. Подобную процедуру делаем для каждого набора спектров звезды. В результате, мы должны получить таблицу 4. Этот способ определения магнитного поля называется – определение магнитного поля по продольному эффекту Зеемана.

## 2.3 Измерение скорости вращения $v_{\text{e}} \sin i$ звезды

После изучения магнитного поля звезды, мы можем приступить к определению скорости вращения. Использовать будем метод, который хорошо описан в пункте 1.4 Скорость враще-

Таблица 2: Список линий, которые чувствительные к магнитному полю.

Длина волны $\lambda$ , Å	Ион элемента	фактор Ланде $g$
4435.580	Eu II	1.875
4447.722	Fe I	2.000
4510.210	Mn II	1.958
4520.225	Fe II	1.500
4522.620	Eu II	2.125
4529.851	Cr I	1.500
4534.166	Fe II	1.500
4545.956	Cr I	1.917
4558.830	Cr II	1.930
4571.971	Ti II	1.944
4576.331	Fe II	1.200
4582.835	Fe II	1.500
4589.890	Cr II	2.100
4592.090	Cr II	1.200
4629.336	Fe II	1.333
4634.600	Fe II	2.000
4656.974	Fe II	1.686
4666.750	Fe II	1.500
4689.460	Ti II	2.500
4727.405	Fe I	2.000
4736.780	Fe I	1.200
4789.354	Cr I	1.500
4812.350	Cr II	1.500
4836.168	Cr II	1.500
4888.240	Cr II	1.238
4923.921	Fe II	1.700

ния звезд в данной работе. Для реализации этого метода, нам необходимо измерить  $FWHM$  - полную ширину линии на половине ее максимума. То есть, сначала надо найти центр линии, провести прямую линию, и измерить положение точек пересечения спектральной линии с нарисованной. Таким образом, мы получим две точки, а их разница и будет необходимая нам величина  $FWHM$  (рис. 10).

Когда мы разобрались с заданием, надо выбрать линии, которые не чувствительные к магнитному полю, то есть их фактор Ланде очень низок. Эту процедуру необходимо проводить, так как магнитное поле ведет к дополнительному уширению линий, если ее опустить, то это уширение привнесет дополнительную ошибку в измерение скорости вращения  $v_{\text{esini}}$  звезды. На уширение линии, на самом деле, влияет много эффектов. Самые важные – вращение самой звезды, то есть эффект Доплера, микротурбулентная скорость, уширение за счет магнитного поля, и инструментальное уширение линий. Для спектрографа ОЗСП инструментальное уширение линий – это  $20 \text{ км с}^{-1}$ . То есть, если звезда вращается со скоростью ниже, чем  $20 \text{ км с}^{-1}$ , то мы этого в спектре не увидим: при измерении скорости вращения мы получим величину около  $20 \text{ км с}^{-1}$ . Таким образом, если мы получим такую величину, то авторы в работах пишут так –  $<20 \text{ км с}^{-1}$ , и в самой работе поясняют, почему так написано и чем эта цифра обусловлена. В нашем случае мы как раз имеем такую проблему. По литературным данным (1) изучаемая звезда имеет скорость вращения  $17 \pm 1 \text{ км с}^{-1}$ .

Нами было выбрано 10 линий, у которых фактор Ланде не превышает единицу (таблица 5).

Таблица 3: Пример определения  $\lambda_1$ , Å(\_1) и  $\lambda_1$ , Å(\_2).

Длина волны $\lambda$ , Å	Ион элемента	фактор Ланде $g$	$\lambda_1$ , Å(_1)	$\lambda_2$ , Å(_2)
4435.580	Eu II	1.875	4434.2852	4434.2589
4447.722	Fe I	2.000	4447.5844	4447.5579
4510.210	Mn II	1.958	4510.1054	4510.0982
4520.225	Fe II	1.500	4520.3073	4520.2662
4522.620	Eu II	2.125	4522.7376	4522.7089
4529.851	Cr I	1.500	4529.6498	4529.6376
4534.166	Fe II	1.500	4534.0710	4534.0284
4545.956	Cr I	1.917	4545.2565	4545.2143
4558.830	Cr II	1.930	4558.8056	4558.7656
4571.971	Ti II	1.944	4572.1066	4572.0656
4576.331	Fe II	1.200	4576.4849	4576.4589
4582.835	Fe II	1.500	4582.8096	4582.7651
4589.890	Cr II	2.100	4590.0083	4589.9686
4592.090	Cr II	1.200	4592.0811	4592.0662
4629.336	Fe II	1.333	4629.3120	4629.2409
4634.600	Fe II	2.000	4634.1058	4634.0697
4656.974	Fe II	1.686	4657.1075	4657.0714
4666.750	Fe II	1.500	4666.7986	4666.7744
4689.460	Ti II	2.500	4689.0171	4688.9716
4727.405	Fe I	2.000	4727.1059	4727.0619
4736.780	Fe I	1.200	4737.2677	4737.2351
4789.354	Cr I	1.500	4788.5141	4788.4794
4812.350	Cr II	1.500	4812.5815	4812.5478
4836.168	Cr II	1.500	4836.5502	4836.4965
4888.240	Cr II	1.238	4888.6399	4888.5656
4923.921	Fe II	1.700	4924.0995	4924.0442

Таблица 4: Таблица измерений магнитного поля для звезды  $\alpha^2$ CVn.

Дата	HJD	$B_e$ , Гс	$\sigma$ , Гс
05/06.01.2010	2455202.581	645	240
25/26.03.2010	2455281.469	-450	210
27/28.03.2010	2455283.473	-1718	230
28/29.03.2010	2455284.421	-864	210
28/29.05.2010	2455345.227	722	220
17/18.05.2011	2455699.374	-1144	220
20/21.05.2011	2455702.353	829	230
14/15.07.2011	2455757.239	744	250

После измерения  $FWHM$ , дальнейшие вычисления скорости вращения и ошибки ее определения можно провести в LibreOffice или Microsoft Excel (рис. 11).

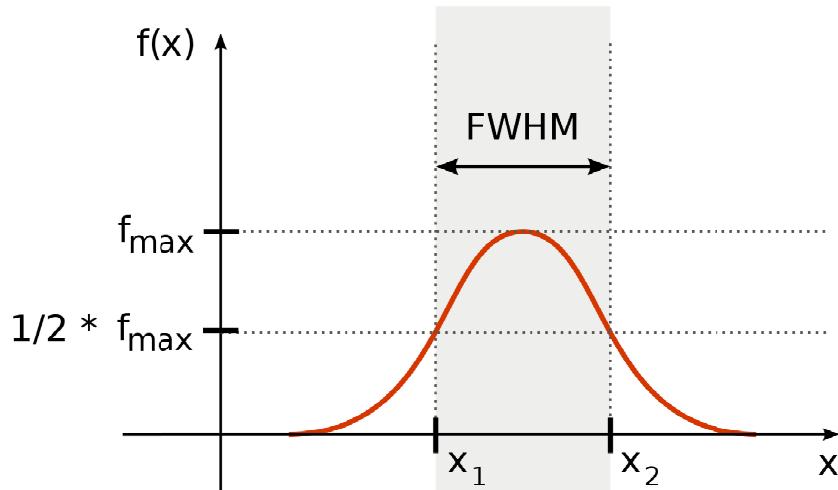
Подобную процедуру надо провести для каждого спектра изучаемой звезды и представить результат в виде таблицы 6.

Как видно из таблицы, результат определения  $\langle v_e \sin i \rangle = 16.0 \pm 2.4$ . Мы получили полное согласие с литературными данными.

Рис. 9: Пример расчета величины магнитного поля в LibreOffice Calc.

	A	B	C	D	E	F	G
1	$\lambda_1$ (1)	$\lambda_2$ (2)	$\Delta\lambda$	$\lambda_0$	Фактор Ланде	$B_e$ , Гс	Среднеквадратическое отклонение, $\sigma$
2	4434,2852	4434,2589	-0,026	4434,298	1,875	-763,76	380,62
3	4447,5844	4447,5579	-0,026	4447,598	2,000	-717,16	717,16
4	4510,1054	4510,0982	-0,007	4510,109	1,958	-193,55	193,55
5	4520,3073	4520,2662	-0,041	4520,328	1,500	-1435,70	1435,70
6	4522,7376	4522,7089	-0,029	4522,752	2,125	-706,92	706,92
7	4529,6498	4529,6376	-0,012	4529,656	1,500	-424,42	424,42
8	4534,071	4534,0284	-0,043	4534,092	1,500	-1479,08	1479,08
9	4545,2565	4545,2143	-0,042	4545,278	1,917	-1140,83	1140,83
10	4558,8056	4558,7656	-0,040	4558,826	1,930	-1067,70	1067,70
11	4572,1066	4572,0656	-0,041	4572,127	1,944	-1080,20	1080,20
12	4576,4849	4576,4589	-0,026	4576,498	1,200	-1107,59	1107,59
13	4582,8096	4582,7651	-0,044	4582,832	1,500	-1512,36	1512,36
14	4590,0083	4589,9686	-0,040	4590,028	2,100	-960,71	960,71
15	4592,0811	4592,0662	-0,015	4592,089	1,200	-630,43	630,43
16	4629,312	4629,2409	-0,071	4629,348	1,333	-2664,73	2664,73
17	4634,1058	4634,0697	-0,036	4634,124	2,000	-899,90	899,90
18	4657,1075	4657,0714	-0,036	4657,126	1,686	-1056,98	1056,98
19	4666,7986	4666,7744	-0,024	4666,811	1,500	-793,12	793,12
20	4689,0171	4688,9716	-0,046	4689,040	2,500	-886,25	886,25
21	4727,1059	4727,0619	-0,044	4727,128	2,000	-1054,10	1054,10
22	4737,2677	4737,2351	-0,033	4737,284	1,200	-1296,08	1296,08
23	4788,5141	4788,4794	-0,035	4788,531	1,500	-1080,16	1080,16
24	4812,5815	4812,5478	-0,034	4812,598	1,500	-1038,56	1038,56
25	4836,5502	4836,4965	-0,054	4836,577	1,500	-1638,55	1638,55
26	4888,6399	4888,5656	-0,074	4888,677	1,238	-2688,68	2688,68
27	4924,0995	4924,0442	-0,055	4924,127	1,700	-1436,38	1436,38
28					$B_e$ (среднее)		Ошибка среднего
29						-1144,38	221,54

Рис. 10: Определение  $FWHM$  спектральных линий.



## 2.4 Измерение периода вращения звезды

Период вращения СР-звезды можно определить как из фотометрических наблюдений, так и из измерения магнитного поля звезды. Для более точного определения периода достаточно от 7 до 15 точек, конечно, чем больше точек, тем лучше и точнее будет результат.

Таблица 5: Список линий, которые не чувствительные к магнитному полю.

Длина волны $\lambda$ , Å	Ион элемента	фактор Ланде $g$
4464.458	Ti II	0.333
4491.401	Fe II	0.400
4508.283	Fe II	0.500
4541.523	Fe II	0.800
4562.360	Ce II	0.833
4616.640	Cr II	0.800
4634.110	Cr II	0.500
4666.215	Cr I	0.800
4715.120	Cr II	0.833
4731.439	Fe II	0.714

Рис. 11: Определение  $v_e \sin i$  для звезды  $\alpha^2$ CVn.

	A	B	C	D	E
1	$\lambda 1$ (левый край линии)	$\lambda 2$ (правый край линии)	FWHM	$v \sin i$	$\sigma$
2	4464,1989	4464,8395	0,641	16,8	2,124
3	4491,1704	4491,6793	0,509	11,1	3,601
4	4508,0591	4508,5838	0,525	11,8	2,914
5	4541,3799	4541,8736	0,494	10,4	4,261
6	4562,1714	4562,6126	0,614	15,7	0,968
7	4616,3761	4616,9482	0,572	13,8	0,853
8	4633,7294	4634,4311	0,702	19,5	4,780
9	4666,466	4667,0902	0,624	16,1	1,411
10	4714,7763	4715,4122	0,636	16,6	1,920
11	4731,314	4731,9155	0,601	15,1	0,425
12				$v \sin i$ (среднее)	$\sigma$ (среднее)
13				14,7	2,326
..					

Таблица 6: Таблица измерений скорости вращения для звезды  $\alpha^2$ CVn.

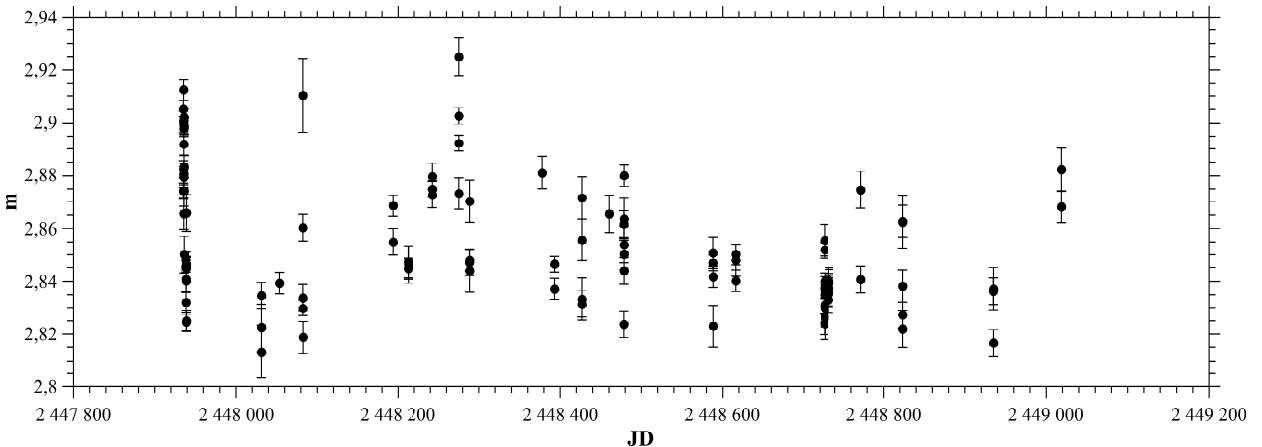
Дата	HJD	$v_e \sin i$ , км с $^{-1}$	$\sigma$ , км с $^{-1}$
05/06.01.2010	2455202.581	14.8	2.6
25/26.03.2010	2455281.469	16.8	2.1
27/28.03.2010	2455283.473	17.1	2.5
28/29.03.2010	2455284.421	14.7	2.3
28/29.05.2010	2455345.227	15.7	2.2
17/18.05.2011	2455699.374	16.7	2.7
20/21.05.2011	2455702.353	16.2	2.1
14/15.07.2011	2455757.239	15.7	2.4

Сперва рассмотрим первый случай - определение периода вращения по фотометрическим измерениям. При определение периода вращения звезды мы будем использовать метод Лафлера-Кинмана, который реализован в интернет-ресурсе <http://scan.sai.msu.ru/lk/>.

Основная суть в фотометрическом определении в том, что звезда имеет скорость вращения, то есть она совершает обороты вокруг своей оси, так как звезда химически пекулярная,

то она на своей поверхности имеет огромные пятна, которые изменяют ее видимую звездную величину. Соответственно, ровно через один оборот это пятно вернется на луч зрения и мы снова увидим ту же самую звездную величину, что и ранее. Нам нужно лишь определить время этого одного оборота. Для этого, нам необходимо найти фотометрические измерения исследуемой звезды  $\alpha^2\text{CVn}$ . Сделать это можно в базе данных **VISIER**. В итоге, мы должны создать текстовый файл, где в первом столбике будет юлианская дата JD, во втором столбике измерения видимой звездной величины  $m$ , и в третьем столбике ошибка определения этой величины (рис.12).

Рис. 12: Фотометрические данные звезды  $\alpha^2\text{CVn}$  из HIPPARCOS в виде графика. По оси Y отложена видимая звездная величина, по оси X – юлианская дата, усы – это погрешность измерения видимой звездной величины.

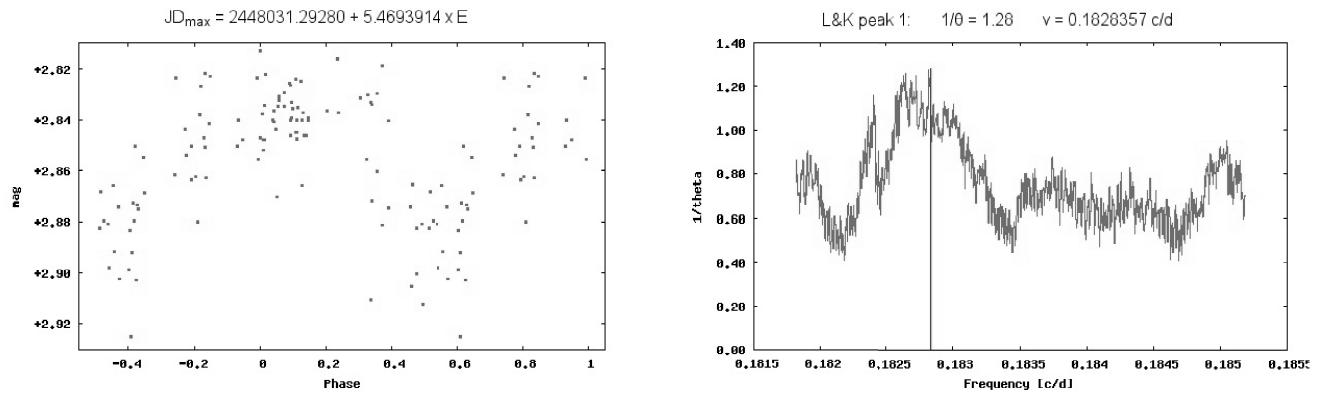


Теперь, можно искать период вращения звезды. Для этого, открываем интернет-ресурс <http://scan.sai.msu.ru/1k/> - Period Search Service. В пункте Обзор... загружаем наш файл с фотометрическими данными, затем указываем диапазон периодов, то есть указываем между каким минимальным и максимальным значением искать нужный период и в последней графике задаем точность определения. После этого жмем Compute. Программа строит периодограммы по двум методам - метод Лафлера-Кинмана ([5]) и метод Диминга ([6]). Основная суть - это построение периодограмм - по оси Y откладывается коэффициент  $\frac{1}{\theta}$ , который показывает достоверность выбранного периода, по оси X откладывается частота либо период. Далее происходит поэтапное рассмотрение пиков, то есть участков, с наиболее достоверными значениями периода вращения, по мнению программы, по факту - максимальный пик может не соответствовать верному периоду, желательно просмотреть все пики и выбрать наиболее подходящий. Может получится так, что среди предложенных вариантов не найдется нужного периода, тогда имеется два возможных пути решения: первый путь - это увеличить точность, то есть по факту мы говорим программе, чтобы она более тщательно просматривала каждый пик, а второй путь - это изменить диапазоны поиска возможного периода, то есть период звезды например в районе 2-х суток, а диапазоны указаны в пределах от 4-10 суток, в этом случае программа либо ничего не найдет, либо найдет ложный период, который может быть в два и более кратное число раз завышен от оригинального, или занижен. Поэтому поиск периода вращения представляет собой сложную и кропотливую задачу, и для точного определения надо иметь много точек, то есть измерений, либо найти литературную оценку, в идеальном варианте нужно иметь и то, и другое.

После отработки программы, мы сравниваем предложенные периоды с литературным и можем заметить, что наилучшим образом фотометрические данные описываются при периоде  $P = 5.4693914^d$  (рис. 13).

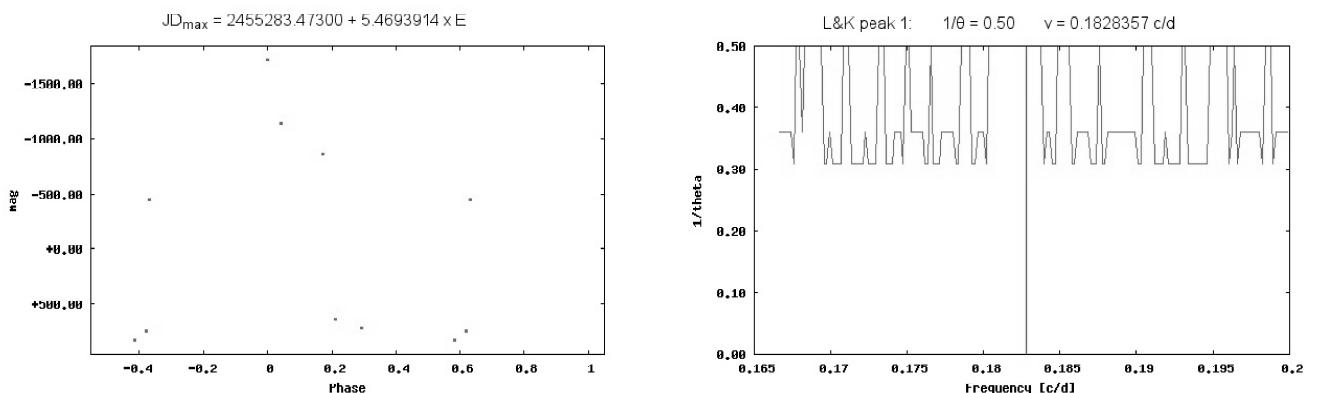
Таким образом, можно заключить, что по фотометрическим данным период равен  $P =$

Рис. 13: Фазовая кривая для звезды  $\alpha^2\text{CVn}$  с периодом  $P = 5.4693914^d$  - левый график, периодограмма с выбранным пиком - правый график, по оси X откладывается фаза  $\varphi$ , по оси Y - видимая звездная величина.



$5.4693914^d$ . Теперь найдем период вращения по измерениям магнитного поля. Для этого, нам надо составить текстовый файл, где в первом столбике будет юлианская дата JD, во втором столбике сами значения магнитного поля и в третьем столбике - ошибка определения магнитного поля. Далее повторяем ту же процедуру, что и в предыдущем случае. Загружаем файл в программу, выставляем пределы поиска периода, и точность определения. После этого, выбираем из предложенных периодов наиболее подходящий. Тут следует добавить, что так как мы нашли подходящий период по фотометрическим данным, то и по спектральным данным мы должны получить тот же период. То есть, достоверно точный период будет тот, который подходит также хорошо и для фотометрических данных и для спектральных. Таким образом, определенный ранее период отлично подходит и для спектральных измерений (рис. 14).

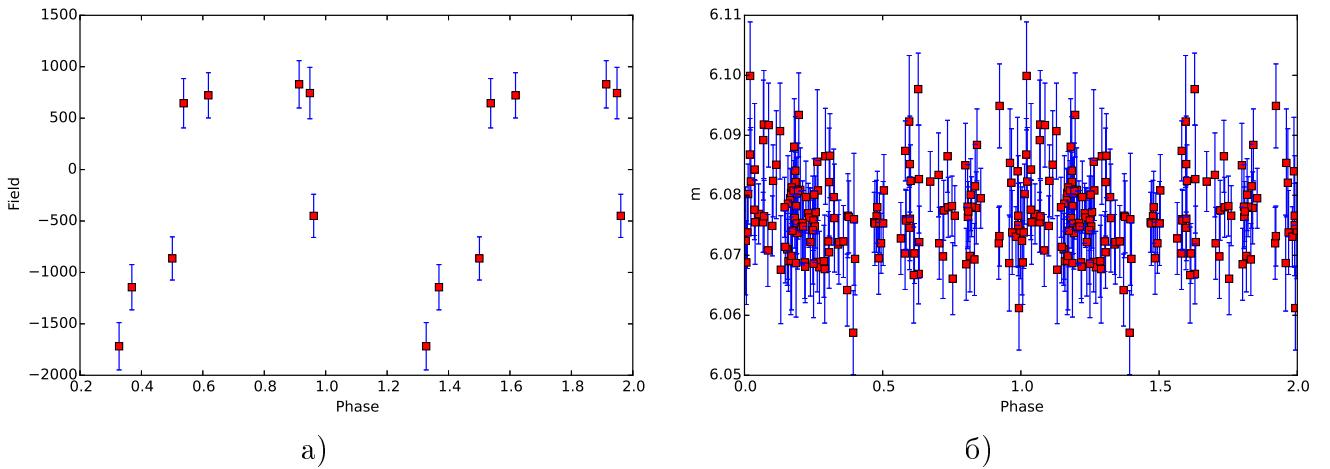
Рис. 14: Фазовая кривая для звезды  $\alpha^2\text{CVn}$  с периодом  $P = 5.4693914^d$  - левый график, периодограмма с выбранным пиком - правый график, по оси X откладывается фаза  $\varphi$ , по оси Y - измерения магнитного поля.



## 2.5 Определение эффективной температуры и ускорения силы тяжести

Теперь мы можем перейти к заключительному и самому сложному этапу практической части - определение эффективной температуры звезды  $T_{eff}$  и ее ускорения силы тяжести  $\lg g$ . Использовать мы будем метод синтетического спектра. То есть, для начала нам необходимо построить сетку синтетических спектров. Синтетический спектр звезды можно получить

Рис. 15: а) Свертка измерений магнитного поля по методу центра тяжести линий  $B_e$  Гс и б) значений блеска  $m_v$



в три этапа: во-первых, надо знать какие элементы в спектре звезды мы видим, то есть получить атомный состав вещества для заданной температуры, ускорения силы тяжести, скорости микротурбулентии и так далее. Далее на втором этапе нам надо выбрать модель, то есть задать законы изменения параметров звезды с глубиной. И последним этапом мы связываем два предыдущих этапа, то есть помещаем наш атомный состав в те условия, что были выбраны моделью атмосферы звезды и получаем результирующий спектр этого взаимодействия, этот спектр и называется синтетическим.

Сетка синтетических спектров для каждой звезды строится индивидуально. Для этого необходимо знать примерное значение температуры, ускорения силы тяжести и скорость вращения звезды. Первые два параметра мы можем взять из литературных данных из таблицы 1. Скорость вращения мы определили в п.2.3. Эффективная температура для нашей исследуемой звезды  $\alpha^2\text{CVn}$  - 11191 K,  $\lg g$  - 3.978 и скорость вращения -  $v_{e\sin i} = 16.0 \pm 2.4$  км  $\text{s}^{-1}$ .

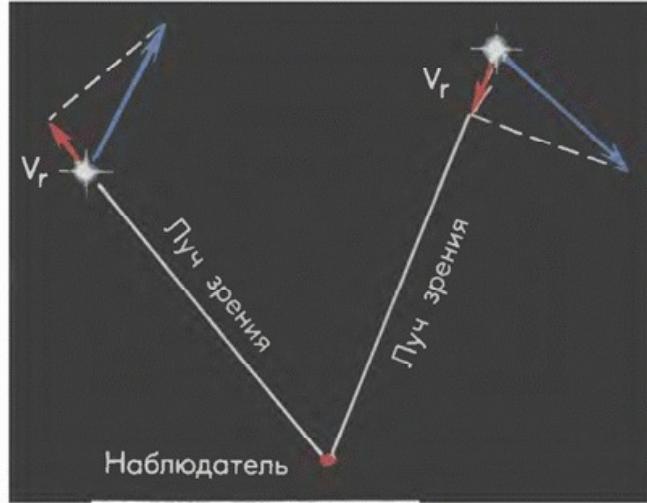
Теперь мы можем приступить к построению сетки. Выбираем диапазон по  $T_{eff}$  и  $\lg g$ : температура звезды 11000, возьмем  $\pm 2000$  K, то есть от 9000-9500 до 13000 K;  $\lg g$  примерно равен 4.0, возьмем диапазон от 3.0 до 5.0. Теперь надо выбрать шаг. От шага напрямую зависит ошибка определения параметров. Можно этот процесс разбить на несколько этапов: то есть, сначала мы произведем грубую оценку результатов, пусть шаг по  $T_{eff}$  - 1000 K, по  $\lg g$  - 1.0. Затем строим сетку, помещаем туда наш наблюдаемый спектр и смотрим границы, то есть в пределах каких синтетических спектров лежит наблюдаемый спектр. Это будут новые границы для следующей сетки синтетических спектров. Опять повторяем предыдущие этапы: границы определили; выбираем шаг, делаем его меньше, чем в предыдущем случае; строим сетку; вносим в нее наблюдаемый спектр и смотрим; опять выбираем границы; еще больше уменьшаем шаг; строим сетку и так далее до полного соответствия одного из наблюдаемого спектра с теоретическим. После этого мы приписываем варьируемые параметры эффективной температуры и ускорения силы тяжести исследуемой звезде и определяем ошибку определения. При оценке ошибки надо быть осторожным, ведь уменьшать шаг сетки можно бесконечное количество раз, но это не означает, что мы также уменьшаем и ошибку определения. У каждого метода есть свои границы определения ошибок и их надо знать, перед тем как эти методы использовать. Ошибки определения параметров методом синтетического спектра по водородным линиям следующие:  $\sigma(T_{eff}) = 200-250$  K,  $\sigma(\lg g) = 0.2-0.3$ . Таким образом, делать шаг сетки меньшим, чем эти параметры бессмысленно.

Разобравшись с сутью метода, можно приступить к выполнению самой практической части. Разобьем определение параметров на три этапа. Сперва выберем шаг по  $T_{eff}$  и  $\lg g$ : 1000 K и 1.0 соответственно, затем уменьшим шаг по  $T_{eff}$  до 200 K, а по  $\lg g$  шаг оставим

таким же, и на последнем этапе шаг по  $T_{eff}$  оставим таким же, а по  $\lg g$  уменьшим до 0.25. Но перед этим, нам надо подготовить сам наблюдаемый спектр.

Подготовка наблюдаемого спектра проводится в два этапа: первый этап - это совместить длины волн линий с линиями синтетического спектра, то есть учесть лучевую скорость звезды  $V_r$ . Синтетический спектр имеет нулевую лучевую скорость звезды, то есть длины волн этого спектра идеальны и не смещены. Наблюдаемая звезда же движется в пространстве и это движение, в следствие эффекта Доплера, накладывается на луч зрения и наблюдаемые линии, в итоге, имеют общее смещение (рис. 16).

Рис. 16: Графическое представление определения лучевой скорости  $V_r$ .



Лучевая скорость является важным параметром, посчитать ее можно используя формулу эффекта Доплера:

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda} = -\frac{V_r}{c}, \quad (8)$$

где  $\delta\lambda$  - сдвиг наблюдаемого спектра к синтетическому, важно учитывать знак этого сдвига,  $\lambda$  - нулевая, не смещенная длина волны опорной линии  $H_\beta$ ,  $V_r$  - лучевая скорость звезды,  $c$  - скорость света в  $\text{км с}^{-1}$ . В итоге, у нас должна получится таблица лучевых скоростей для каждого спектра. Еще по лучевой скорости можно определить имеет ли двойственность наблюдаемый нами объект. То есть, если лучевая скорость звезды постоянная как по знаку, так и по значению, это значит, что на звезду в пространстве ничего не влияет, она спокойно летит в пространстве в одном направлении и с постоянной скоростью. Если же на звезду оказывает влияние, например, вторая звезда, то тогда лучевая скорость звезды будет постоянно меняться, эти две звезды будут вращаться в пространстве вместе вокруг общего центра масс, таким образом, изучаемая звезда будет то приближаться к нам, то отдаляться, то есть график изменения лучевой скорости будет представлять собой рис.17.

Второй этап - это вырезать из всего наблюдаемого спектра тот диапазон длин волн, для которого имеется сетка синтетических спектров.

После подготовки мы можем приступить к определению параметров. Загружаем первый этап сетки, т.е. синтетические спектры от  $T_{eff}$ : 9500-12600 K,  $\lg g$ : 3.0-5.0 (рис.18).

Как видно из рис. 18 наш спектр имеет как верхнюю границу сетки, так и нижнюю, это говорит о том, что диапазоны сетки выбраны верно. Теперь можно приступить к этапу два: выбираем новые диапазоны и уменьшаем шаг определения по  $T_{eff}$ . К изменению  $T_{eff}$  наиболее чувствительно ядро линии, поэтому мы будем рассматривать именно эту область (рис. 19).

Из рис. 19 видно, что ядро линии наилучшим образом описывается синтетическим спектром с параметрами  $T_{eff}$  – 11600 K,  $\lg g$  – 4.0. По диапазону  $\lg g$  из рис. 18 можно сделать вывод, что точное значение лежит между 3.0 и 4.0. Таким образом, мы задаем новые границы сетки и новый шаг:  $T_{eff}$  – 11000-12200 K, шаг 200 K,  $\lg g$  – 3.0-4.0, шаг 1.0 (рис. 20)

Рис. 17: примеры кривых лучевой скорости  $V_r$ : а) - звезда 51 Pegasi, б) - звезда 70 Virginis, в) - звезда 16 Cygni. Кривая лучевой скорости зависит от формы звезд, от расстояния между компонентами системы и от угла  $i$ , под которым мы наблюдаем эту систему.

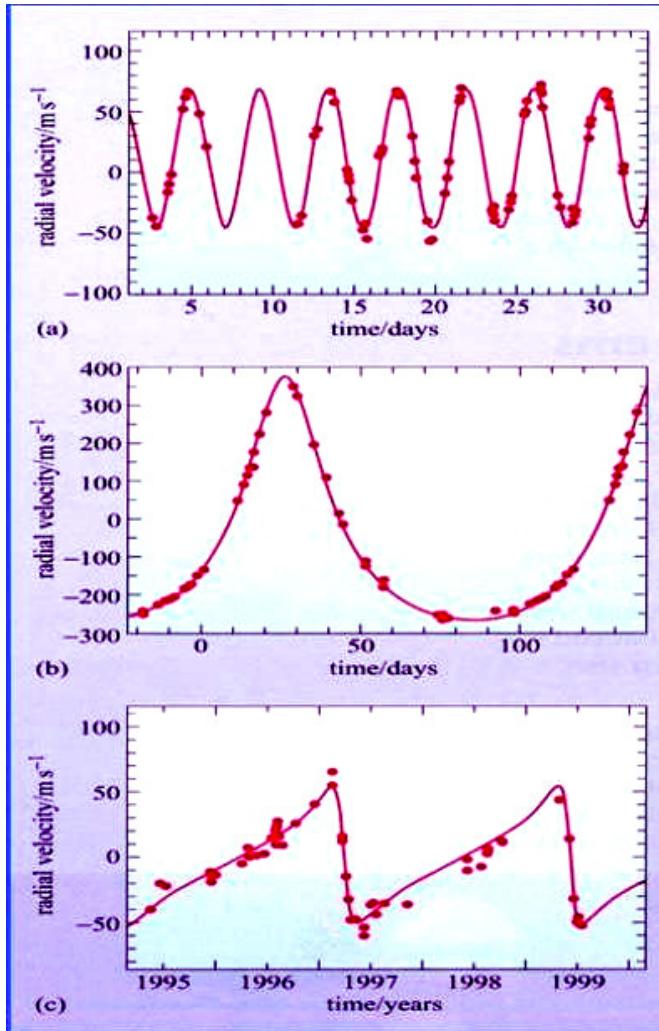
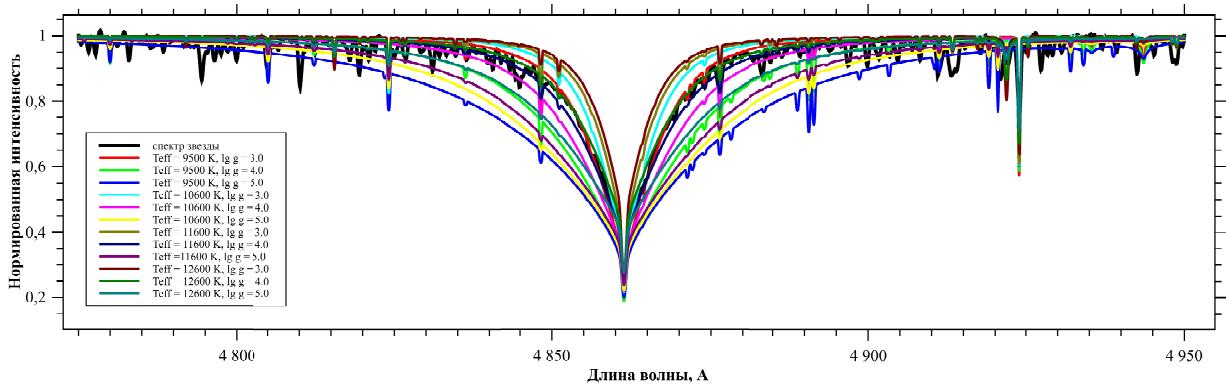


Рис. 18: Выполнение первого этапа определения параметров  $T_{eff}$ ,  $\lg g$ . Шаг:  $T_{eff}$ : от 9500 до 12600 K - 1000 K,  $\lg g$ : от 3.0 до 5.0 - 1.0



Из рис. 20 видно, как зависит синтетический спектр от температуры звезды. Спектры разделились на две группы: сверху с  $\lg g = 3.0$ , снизу – 4.0. Уберем лишние синтетические спектры - рис. 21.

Из рис. 21 видно, что по температуре мы попали точно, то есть истинная температура звезды лежит в диапазоне от 11400 до 12200 K. Осталось определить такую же точную

Рис. 19: Подготовка второго этапа определения параметров  $T_{eff}$ ,  $\lg g$ . Выбор границ по  $T_{eff}$  и  $\lg g$ .

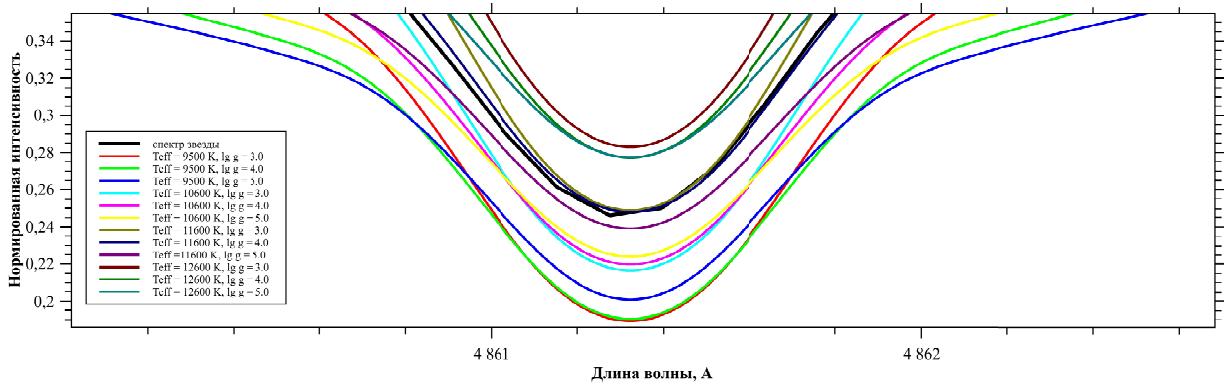


Рис. 20: Второй этап определения параметров  $T_{eff}$ ,  $\lg g$ .

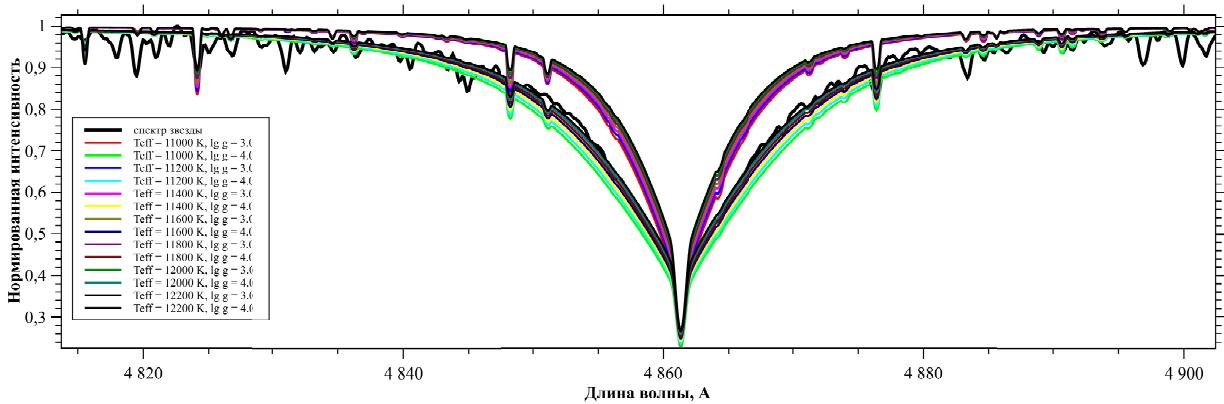
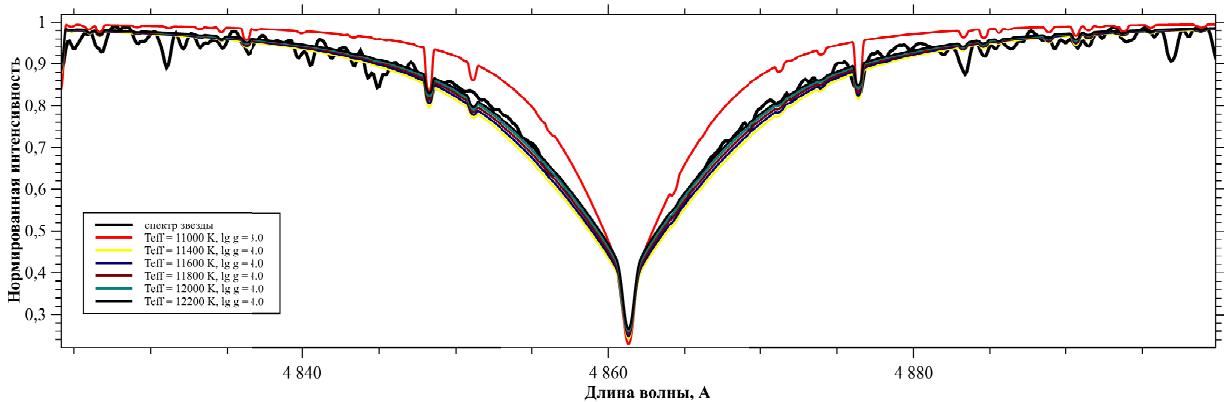


Рис. 21: Второй этап определения параметров  $T_{eff}$ ,  $\lg g$ .



границу по  $\lg g$ . Возьмем следующие границы:  $T_{eff}$  11400-12000 шаг 200 K,  $\lg g$  – 3.5-4.0 шаг 0.2 (рис. 22).

Наконец, мы приступаем к заключительному, третьему этапу определения параметров. Как можно заметить из рис. 22, сетка описывает наблюдаемый спектр уже намного точнее, чем на первом этапе. Теперь, также как и в предыдущих этапах, уберем лишние спектры и найдем нужный, параметры которого точно соответствуют искомым (рис. 23).

Рис. 22: Третий этап определения параметров  $T_{eff}$ ,  $\lg g$ .

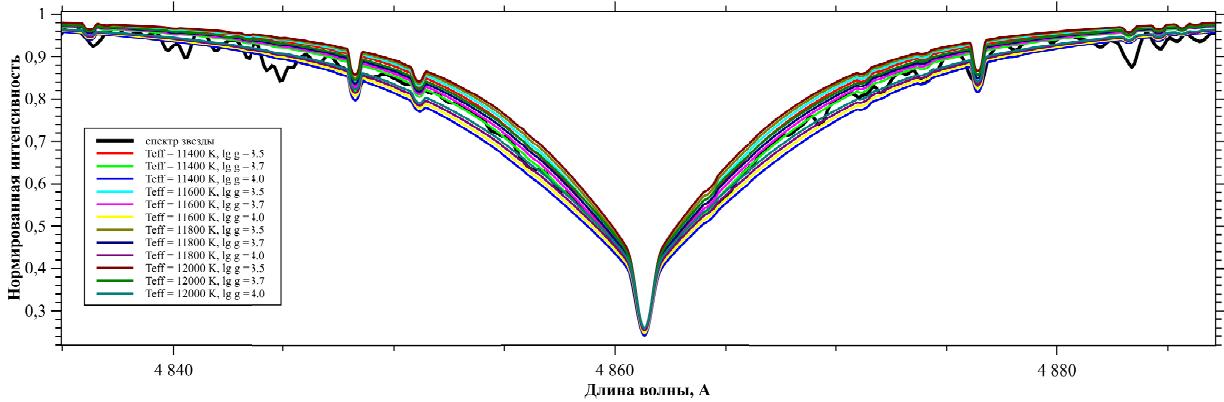
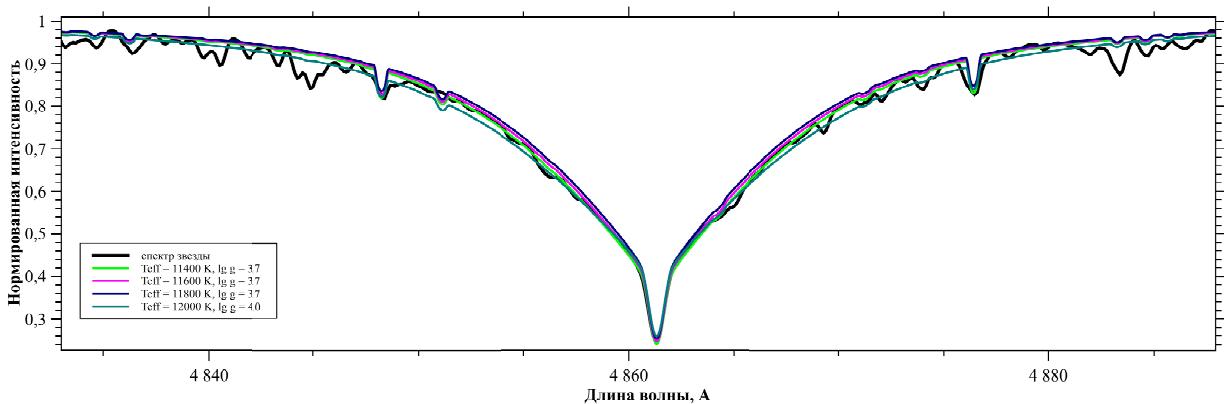


Рис. 23: Третий этап определения параметров  $T_{eff}$ ,  $\lg g$ .



Мы выбрали самые вероятные синтетические спектры, но дальше “на глаз” опираться не стоит. Далее мы воспользуемся методом  $\chi^2$ . Суть метода заключается в том, чтобы найти наименьший разброс между однотипными данными. Грубо говоря, мы будем определять дисперсию каждого синтетического спектра относительно нормального, и тот спектр, у которого дисперсия будет меньше и будет итоговым: его параметры  $T_{eff}$  и  $\lg g$  приписываются исследуемой звезде. Сделать эту работу можно в LibreOffice или Microsoft Excel. Именно для этой процедуры мы подготавливали наблюдаемый спектр, и строили сетку с  $v_{esini}$ , чтобы эти неучеты не внесли значительных ошибок, которые могут повлиять на определение параметров.

Для начала, мы загружаем наблюдаемый спектр. Далее загружаем только интенсивности тех синтетических спектров, что мы оставили в рис. 23. Перед этим, необходимо еще раз убедиться, что длины волн синтетического спектра соответствуют длинам волн наблюдаемого. После этого, можем начинать рассчитывать дисперсию или  $\chi^2$  по формуле:

$$\chi^2 = \sum \sqrt{(A_i - B_i)^2} \quad (9)$$

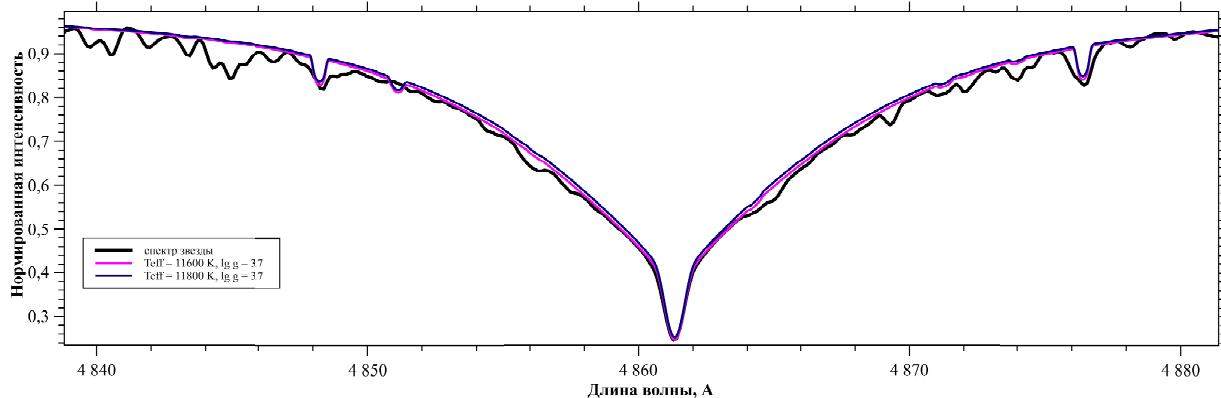
Далее из полученных значений выбираем наименьшее значение  $\chi^2$  и проверяем этот результат графически (рис. 24, рис. 25)

Мы специально вывели два спектра с наименьшим значением  $\chi^2$  и если повнимательнее приглядеться к рис. 26 и 27, то можно увидеть, что графически синтетический спектр с параметрами  $T_{eff} = 11600$  К,  $\lg g = 3.7$  и  $\chi^2 = 2300$  лучше подходит, чем спектр с параметрами  $T_{eff} = 11800$  К,  $\lg g = 3.7$  и  $\chi^2 = 2235$ , хоть и значение  $\chi^2$  у него ниже. Таким образом, смело

Рис. 24: Пример оформления поиска параметров  $T_{eff}$ ,  $\lg g$  методом  $\chi^2$  в LibreOffice.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Длина волны	Оригинал	11400_3.7	11600_3.7	11800_3.7	12000_4.0	X2(11400)	X2(11600)	X2(11800)	X2(12000)	Параметры	X2
2	4775,000	1,00000	0,99829	0,99837	0,99845	0,99784	0,00171	0,00163	0,00155	0,00216	11400_3.7	2370
3	4775,005	1,00000	0,99829	0,99837	0,99845	0,99784	0,00171	0,00163	0,00155	0,00216	11600_3.7	2300
4	4775,010	1,00000	0,99829	0,99838	0,99845	0,99784	0,00171	0,00162	0,00155	0,00216	11800_3.7	2235
5	4775,015	1,00000	0,99829	0,99838	0,99845	0,99784	0,00171	0,00162	0,00155	0,00216	12000_4.0	2510
6	4775,019	1,00000	0,99829	0,99838	0,99845	0,99785	0,00171	0,00162	0,00155	0,00215		
7	4775,024	1,00000	0,99829	0,99838	0,99846	0,99785	0,00171	0,00162	0,00154	0,00215		
8	4775,029	1,00000	0,99830	0,99838	0,99846	0,99785	0,00170	0,00162	0,00154	0,00215		
9	4775,034	1,00000	0,99830	0,99838	0,99846	0,99785	0,00170	0,00162	0,00154	0,00215		
10	4775,039	0,98264	0,99830	0,99838	0,99846	0,99785	0,00170	0,00162	0,00154	0,00215		
11	4775,044	0,98256	0,99830	0,99838	0,99846	0,99785	0,00170	0,00162	0,00154	0,00215		
12	4775,049	0,98247	0,99830	0,99839	0,99846	0,99785	0,00170	0,00161	0,00154	0,00215		
13	4775,053	0,98238	0,99830	0,99839	0,99846	0,99785	0,00170	0,00161	0,00154	0,00215		
14	4775,058	0,98229	0,99830	0,99839	0,99846	0,99785	0,00170	0,00161	0,00154	0,00215		
15	4775,063	0,98220	0,99830	0,99839	0,99846	0,99785	0,00170	0,00161	0,00154	0,00215		
16	4775,068	0,98212	0,99830	0,99839	0,99846	0,99786	0,00170	0,00161	0,00154	0,00214		
17	4775,073	0,98203	0,99830	0,99839	0,99847	0,99786	0,00170	0,00161	0,00153	0,00214		
18	4775,078	0,98194	0,99830	0,99839	0,99847	0,99786	0,00170	0,00161	0,00153	0,00214		
19	4775,083	0,98185	0,99830	0,99839	0,99847	0,99786	0,00170	0,00161	0,00153	0,00214		
20	4775,088	0,98176	0,99831	0,99839	0,99847	0,99786	0,00169	0,00161	0,00153	0,00214		
21	4775,092	0,98167	0,99831	0,99839	0,99847	0,99786	0,00169	0,00161	0,00153	0,00214		
22	4775,097	0,98159	0,99831	0,99839	0,99847	0,99786	0,00169	0,00161	0,00153	0,00214		
23	4775,102	0,98150	0,99831	0,99839	0,99847	0,99786	0,00169	0,00161	0,00153	0,00214		
24	4775,107	0,98141	0,99831	0,99839	0,99847	0,99786	0,00169	0,00161	0,00153	0,00214		
25	4775,112	0,98132	0,99831	0,99839	0,99847	0,99786	0,00169	0,00161	0,00153	0,00214		
26	4775,117	0,98123	0,99831	0,99839	0,99847	0,99786	0,00169	0,00161	0,00153	0,00214		
27	4775,122	0,98115	0,99831	0,99840	0,99847	0,99786	0,00169	0,00160	0,00153	0,00214		
28	4775,126	0,98106	0,99831	0,99840	0,99847	0,99786	0,00169	0,00160	0,00153	0,00214		
29	4775,131	0,98097	0,99831	0,99840	0,99847	0,99786	0,00169	0,00160	0,00153	0,00214		
30	4775,136	0,98088	0,99831	0,99840	0,99847	0,99786	0,00169	0,00160	0,00153	0,00214		
31	4775,141	0,98079	0,99831	0,99840	0,99847	0,99786	0,00169	0,00160	0,00153	0,00214		
32	4775,146	0,98071	0,99831	0,99840	0,99847	0,99786	0,00169	0,00160	0,00153	0,00214		
33	4775,151	0,98062	0,99831	0,99840	0,99847	0,99786	0,00169	0,00160	0,00153	0,00214		
34	4775,156	0,98053	0,99831	0,99840	0,99847	0,99786	0,00169	0,00160	0,00153	0,00214		

Рис. 25: Графическое сравнение итогового синтетического спектра с наблюдаемым.



можно заявить, что итоговые параметры звезды  $\alpha^2$ CVn:  $T_{eff} = 11600 \pm 200$  K,  $\lg g = 3.7 \pm 0.3$ .

Теперь сделаем итоговую таблицу с полученными нами результатами (7).

Рис. 26: Графическое сравнение итогового синтетического спектра с наблюдаемым.

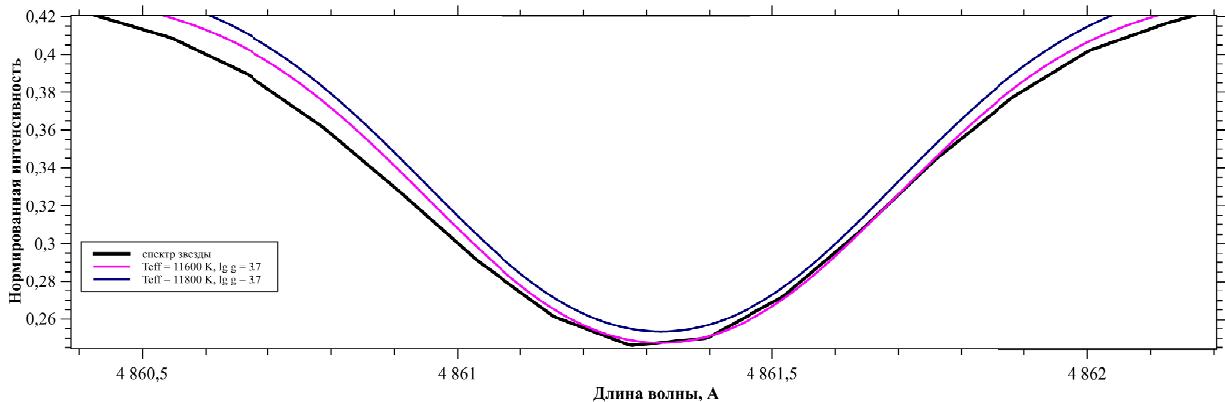


Рис. 27: а) Увеличенная область левого крыла линии  $H_{\beta}$ , б) Увеличенная область правого крыла линии  $H_{\beta}$

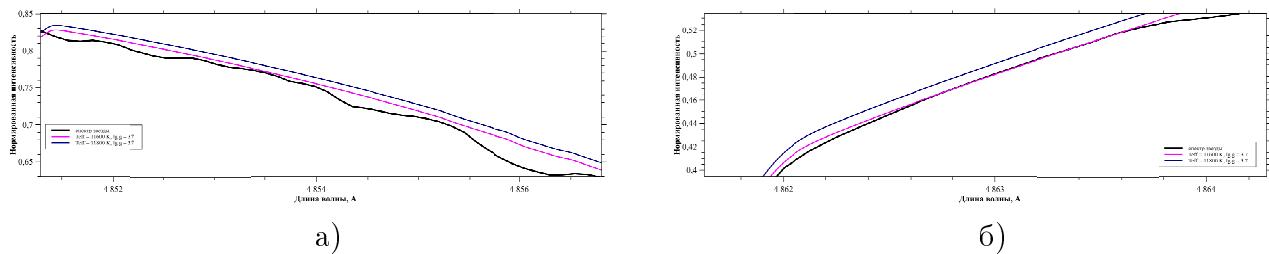


Таблица 7: Итоговая таблица с параметрами для звезды  $\alpha^2$ CVn.

HJD, + 2450000	$B_e \pm \sigma$ , Гс	$v_e \sin i \pm \sigma$ , км $s^{-1}$	$V_r$ , км $s^{-1}$	$T_{eff}$ , К	$\lg g$
2455202.581	$645 \pm 240$	$14.8 \pm 2.6$	+9.3	11600	4.0
2455281.469	$-450 \pm 210$	$16.8 \pm 2.1$	+1.9	11800	3.7
2455283.473	$-1718 \pm 230$	$17.1 \pm 2.5$	+0.7	11600	3.7
2455284.421	$-864 \pm 210$	$14.7 \pm 2.3$	-0.5	11600	3.8
2455345.227	$722 \pm 220$	$15.7 \pm 2.2$	-1.9	11600	3.7
2455699.374	$-1144 \pm 220$	$16.7 \pm 2.7$	+0.6	11600	3.7
2455702.353	$829 \pm 230$	$16.2 \pm 2.1$	+1.3	11800	3.8
2455757.239	$744 \pm 250$	$15.7 \pm 2.4$	-0.6	11600	3.7
Период вращения, дни				5.4693914	5.46
$\langle v_e \sin i \rangle \pm \sigma$ , км $s^{-1}$				$16.0 \pm 2.4$	$17 \pm 1$
$\langle T_{eff} \rangle \pm \sigma$ , К				$11650 \pm 200$	11500
$\langle \lg g \rangle \pm \sigma$				$3.75 \pm 0.25$	3.978

## Вопросы для самоконтроля

В практической части вам будет предоставлено: набор спектров звезды для исследования; журнал наблюдений по каждой дате; фотометрические данные объекта; сетка синтетических спектров.

1. Изучить объект и сделать таблицу: Обзор литературных данных.
2. Найти гелиоцентрическую юлианскую дату каждого спектра.
3. Измерить величину продольной составляющей магнитного поля  $B_e$  для каждого спектра.
4. Оценить период вращения звезды используя как фотометрические данные, так и измерения магнитного поля.
5. Определить скорость вращения звезды по каждому спектру и среднюю скорость вращения звезды.
6. Определить лучевую скорость звезды для каждого спектра.
7. Построить кривую зависимости лучевой скорости от HJD. Оценить, является ли исследуемая звезда частью кратной системы.
8. Определить эффективную температуру и ускорение силы тяжести для каждого спектра и получить средние значения этих параметров.

Результаты представить в виде таблицы. Оформлять как лабораторную работу в любом удобном для Вас редакторе.

## Список литературы

- [1] P. Renson, J. Manfroid, *Astronomy and Astrophysics*, Volume 498, Issue 3, pp.961-966 (2009)
- [2] P. Renson, D. Kobi, and P. North, *Astronom. and Astrophys.Suppl. Ser.* 89, 61 (1991).
- [3] Romanyuk, I. I.; Kudryavtsev, D. O., *Astrophysical Bulletin*, Volume 63, Issue 2, pp.139-155 (2008)
- [4] M. Wenger, F. Ochsenbein et. al., *Astron. and Astrophys. Suppl. Ser.* 143, p. 9-22 (2000)
- [5] J. Lafler, T. D. Kinman, *Astrophysical Journal Supplement*, vol. 11, p.216 (1965)
- [6] T. J. Deeming, AA(Department of Astronomy, The University of Texas at Austin)  
*Astrophysics and Space Science*, Volume 36, Issue 1, pp.137-158 (1975)